

3. Beschleunigte Bezugssysteme und Scheinkräfte

3.1 Trägheitskräfte bei linearer Bewegung

3.2 Trägheitskräfte in rotierenden Bezugssystemen

3.3 Corioliskraft

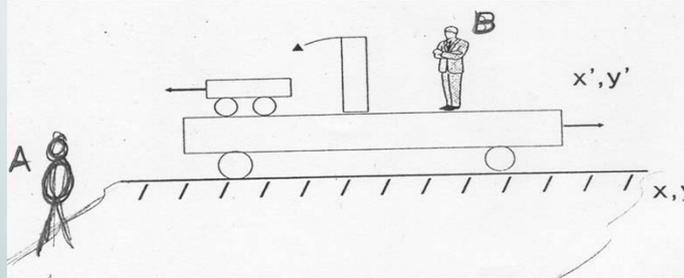
3.4 Die Erde als rotierendes System

3.1 Trägheitskräfte bei linearer Bewegung

Versuch: "Auf dem Wagen: Tisch – Männchen - Walze"

3.1 Trägheitskräfte bei linearer Bewegung

Beschleunigte Bezugssysteme → Trägheitskräfte treten auf



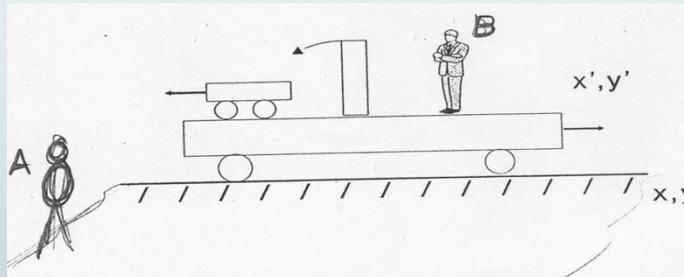
Ruhender Beobachter A	Mitbewegter Beobachter B

© R. Girwidz

3

3.1 Trägheitskräfte bei linearer Bewegung

Beschleunigte Bezugssysteme → Trägheitskräfte treten auf



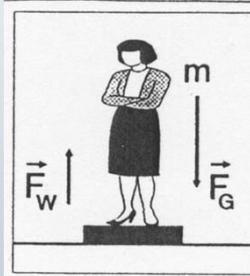
Ruhender Beobachter A	Mitbewegter Beobachter B
<p>Der große Wagen wird beschleunigt bewegt. "Der kleine Wagen bleibt <u>in Ruhe</u>." Es greift <u>keine Kraft</u> an ihm an, da er reibungsfrei gelagert ist.</p>	<p>"Der kleine Wagen beginnt wegzurollen." Offenbar wirkt auf ihn eine Kraft, die ihn <u>beschleunigt</u> – die Trägheitskraft:</p> $\vec{F}_{Tr} = -m\vec{a}$

© R. Girwidz

4

3.1 Trägheitskräfte bei linearer Bewegung

Trägheitskräfte existieren nur für beschleunigte Beobachter.
 Sie addieren sich zu anderen Kräften, z.B. der Gewichtskraft \vec{F}_G .

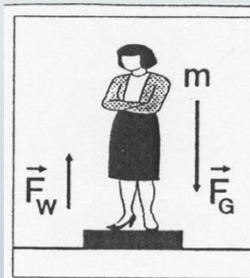


Auf eine mit a beschleunigte Masse m wirken Gewicht $\vec{F}_G = m \cdot \vec{g}$ und Federkraft \vec{F}_W der Waage. So dass $m \cdot \vec{a} = \vec{F}_W + m \cdot \vec{g}$ resultiert.

Effektives Gewicht:

3.1 Trägheitskräfte bei linearer Bewegung

Trägheitskräfte existieren nur für beschleunigte Beobachter.
 Sie addieren sich zu anderen Kräften, z.B. der Gewichtskraft \vec{F}_G .

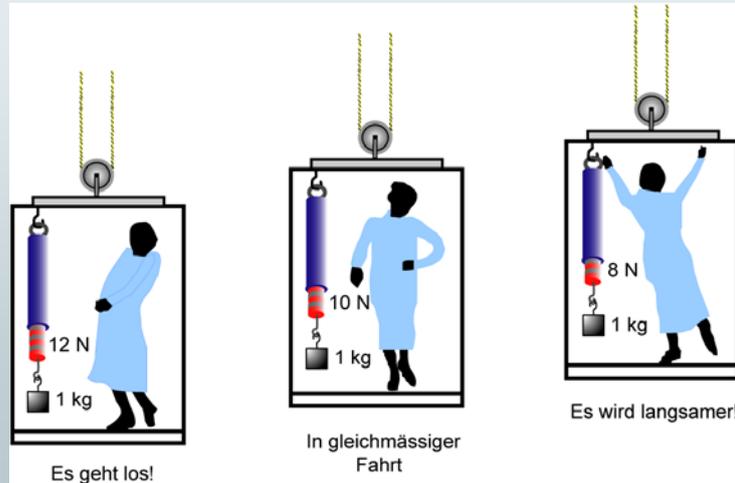


Auf eine mit a beschleunigte Masse m wirken Gewicht $\vec{F}_G = m \cdot \vec{g}$ und Federkraft \vec{F}_W der Waage. So dass $m \cdot \vec{a} = \vec{F}_W + m \cdot \vec{g}$ resultiert.

Effektives Gewicht: $\vec{F}_G^* = -\vec{F}_W \rightarrow \vec{F}_G^* = m \cdot \vec{g} - m \cdot \vec{a}$

3.1 Trägheitskräfte bei linearer Bewegung

Beobachter im Fahrstuhl

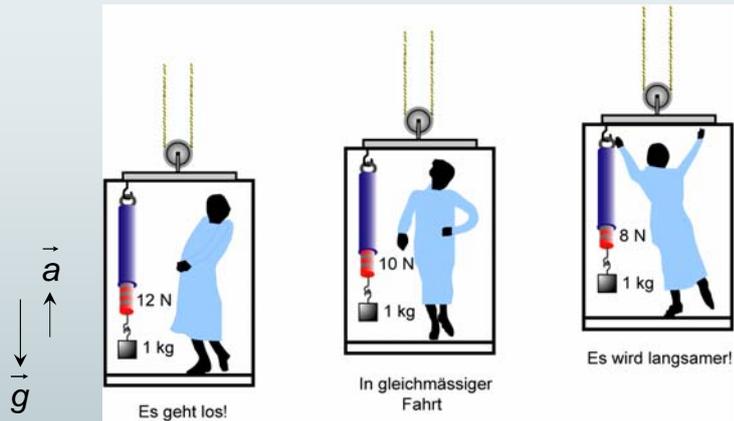


© R. Girwidz

7

3.1 Trägheitskräfte bei linearer Bewegung

Beobachter im Fahrstuhl



$$\vec{F} = m \cdot \vec{g} - m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{F}_{res} = \vec{F}_{Gew.} + \vec{F}_{Träg}$$

$$\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{g}$$

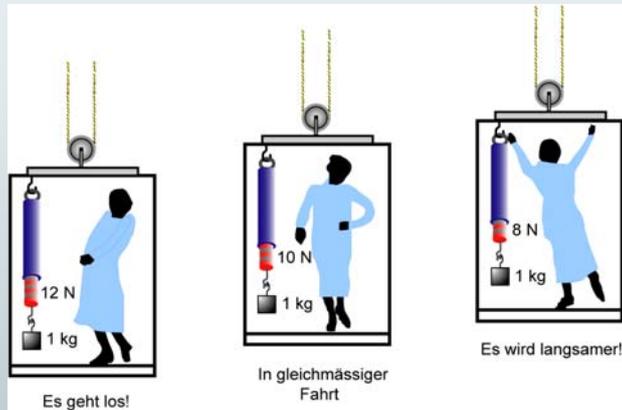
$$\vec{F}_{Träg} = -m \cdot \vec{a}$$

© R. Girwidz

8

3.1 Trägheitskräfte bei linearer Bewegung

Beobachter im Fahrstuhl



$$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$$

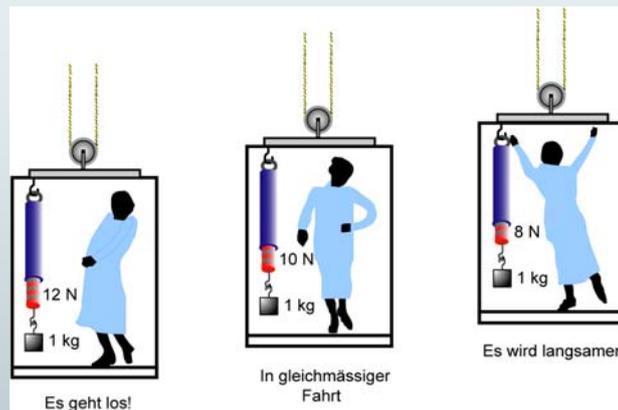
$$\vec{F}_{\text{Träg}} = -m \cdot \vec{a}$$

© R. Girwidz

9

3.1 Trägheitskräfte bei linearer Bewegung

Beobachter im Fahrstuhl



$$\vec{F} = m \cdot \vec{g} - m \cdot \vec{a}$$

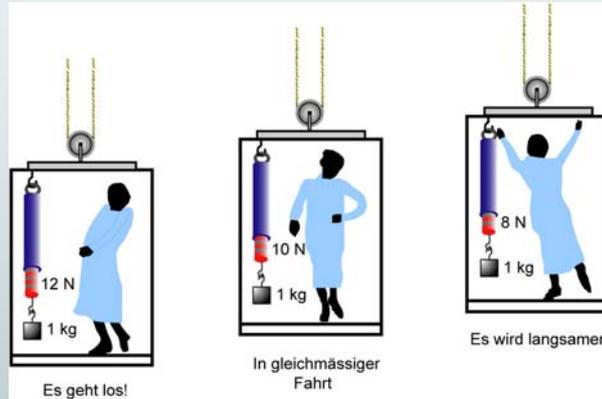
$$\vec{F}_{\text{Träg}} = -m \cdot \vec{a}$$

© R. Girwidz

10

3.1 Trägheitskräfte bei linearer Bewegung

Beobachter im Fahrstuhl



$$\vec{F} = m \cdot \vec{g} - m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{F}_{res} = \vec{F}_{Gew.} + \vec{F}_{Träg}$$

$$\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{g}$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g} - m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a} \downarrow \downarrow \vec{g}$$

$$\vec{F}_{Träg} = -m \cdot \vec{a}$$

© R. Girwidz

11

3.1 Trägheitskräfte bei linearer Bewegung

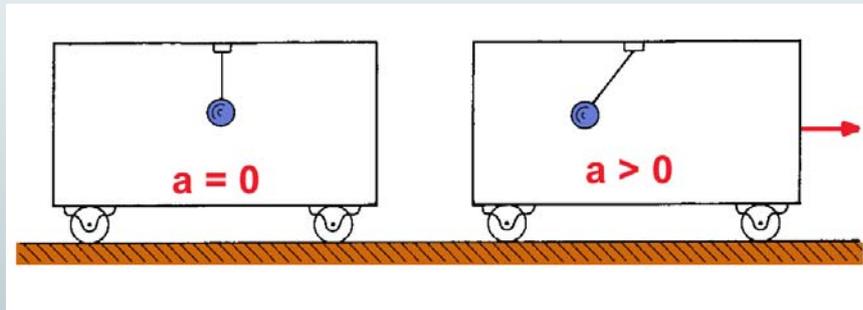
Für den freien Fall $\vec{g} = \vec{a}$

➔ Schwerelosigkeit bei ballistischen Trainingsflügen für Astronauten

© R. Girwidz

12

3.1 Trägheitskräfte bei linearer Bewegung

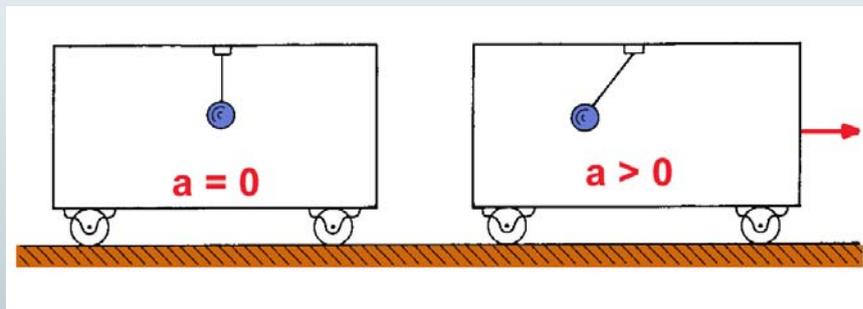


© R. Girwidz

13

3.1 Trägheitskräfte bei linearer Bewegung

In beschleunigten Bezugssystemen wirken Scheinkräfte, die von der Beschleunigung des Bezugssystems abhängen. (Sie haben ihre Ursache in der Trägheit von Massen).

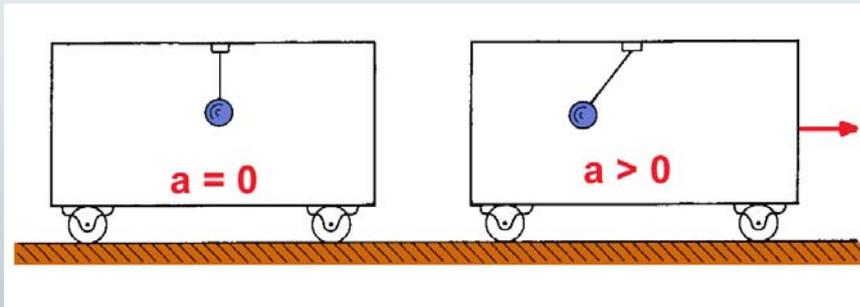


© R. Girwidz

14

3.1 Trägheitskräfte bei linearer Bewegung

In beschleunigten Bezugssystemen wirken Scheinkräfte, die von der Beschleunigung des Bezugssystems abhängen. (Sie haben ihre Ursache in der Trägheit von Massen).



In einem linear beschleunigten Bezugssystem wirkt die Scheinkraft

$$\vec{F}_s = -m \cdot \vec{a}_B$$

a_B : Beschleunigung des Bezugssystems

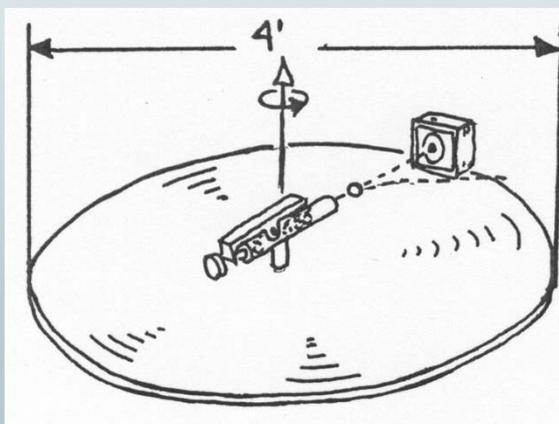
m : Masse des Körpers, auf den die Scheinkraft wirkt.

© R. Girwidz

15

3.2 Trägheitskräfte in rotierenden Bezugssys.

> Auto mit Dachträger in Kurve (Gegenstand fällt)



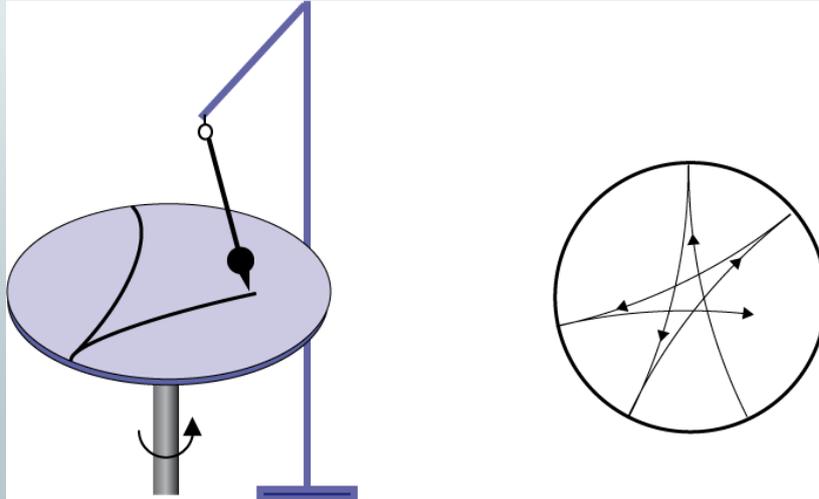
> Versuch auf dem Drehschemel: Schuss mit Federpistole

© R. Girwidz

16

3.2 Trägheitskräfte in rotierenden Bezugssys.

► Pendel mit Tinte über rotierender Scheibe



© R. Girwidz

17

3.2 Trägheitskräfte in rotierenden Bezugssys.

Beobachten Sie den nachfolgenden
Bewegungsablauf

© R. Girwidz

18



3.3 Die Corioliskraft

Bewegung auf rotierender Scheibe



Die Scheibe rotiert mit $\vec{\omega} = \dot{\vec{\varphi}}$

Ein Körper verlässt den Mittelpunkt P in Richtung A

zur Zeit $t_0 = 0$ mit der Geschwindigkeit \vec{v}
und erreicht den Rand nach der Laufzeit $t_1 = r/v$

3.3 Die Corioliskraft

Bewegung auf rotierender Scheibe



Die Scheibe rotiert mit $\vec{\omega} = \dot{\vec{\varphi}}$

Ein Körper verlässt den Mittelpunkt P in Richtung A

zur Zeit $t_0 = 0$ mit der Geschwindigkeit \vec{v} und erreicht den Rand nach der Laufzeit $t_1 = r/v$

Ankunft allerdings nicht bei der Marke A auf der Scheibe, sondern bei B!

Die Scheibe hat sich am Rand in der Laufzeit weiterbewegt um:

???

3.3 Die Corioliskraft

Bewegung auf rotierender Scheibe



Die Scheibe rotiert mit $\vec{\omega} = \dot{\vec{\varphi}}$

Ein Körper verlässt den Mittelpunkt P in Richtung A

zur Zeit $t_0 = 0$ mit der Geschwindigkeit \vec{v} und erreicht den Rand nach der Laufzeit $t_1 = r/v$

Ankunft allerdings nicht bei der Marke A auf der Scheibe, sondern bei B!

Die Scheibe hat sich am Rand in der Laufzeit weiterbewegt um:

$$\overline{AB} = \omega \cdot r \cdot t = \omega \cdot v \cdot t^2$$

3.3 Die Corioliskraft

Für den Körper auf der Scheibe wirkt eine senkrecht zur Bewegung gerichtete Beschleunigung, die Coriolisbeschleunigung.

$$\left| \vec{a}_{Cor} \right| = a_{Cor} = 2 \cdot \omega \cdot v ; \quad (\text{denn } s = \overline{AB} = \omega \cdot v \cdot t^2 = \frac{a_{Cor}}{2} \cdot t^2)$$

$$\vec{a}_{Cor} \perp \vec{\omega} ; \quad \vec{a}_{Cor} \perp \vec{v}$$

Vektoriell:

$$\vec{a}_{Cor} = -2(\vec{\omega} \times \vec{v}) = 2(\vec{v} \times \vec{\omega})$$

3.3 Die Corioliskraft

Für den Körper auf der Scheibe wirkt eine senkrecht zur Bewegung gerichtete Beschleunigung, die Coriolisbeschleunigung.

$$\left| \vec{a}_{Cor} \right| = a_{Cor} = 2 \cdot \omega \cdot v ; \quad (\text{denn } s = \overline{AB} = \omega \cdot v \cdot t^2 = \frac{a_{Cor}}{2} \cdot t^2)$$

$$\vec{a}_{Cor} \perp \vec{\omega} ; \quad \vec{a}_{Cor} \perp \vec{v}$$

Vektoriell:

$$\vec{a}_{Cor} = -2(\vec{\omega} \times \vec{v}) = 2(\vec{v} \times \vec{\omega})$$

Auf den bewegten Körper (Masse m) wirkt im rotierenden System die

CORIOLISKRAFT:

$$\vec{F}_{Cor} = 2m \cdot (\vec{v} \times \vec{\omega})$$

3.3 Die Corioliskraft

Der Beobachter im rotierenden System registriert zusätzliche Beschleunigungen bzw. zusätzliche Kräfte (=Trägheitskräfte). Diese sind vom Standpunkt des Beobachters im ruhenden System (Inertialsystem) aus gesehen „Scheinkräfte“.

$$1. \quad \vec{F}_{Cor} = 2m \cdot (\vec{v} \times \vec{\omega})$$

Corioliskraft

$$2. \quad \vec{F}_{Flieh} = m \cdot \omega^2 \cdot \vec{r} \\ = -m \cdot \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

Zentrifugalkraft

3.3 Die Corioliskraft

$$\vec{F}_{Cor} = 2m \cdot (\vec{v} \times \vec{\omega})$$

$$\vec{F}_{Flieh} = m \cdot \omega^2 \cdot \vec{r} = -m \cdot \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

Diskussion

3.3 Die Corioliskraft

$$\vec{F}_{Cor} = 2m \cdot (\vec{v} \times \vec{\omega})$$

$$\vec{F}_{Flieh} = m \cdot \omega^2 \cdot \vec{r} = -m \cdot \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

Diskussion

- Beide Terme verschwinden für $\omega = 0$
- Die Corioliskraft tritt nur bei bewegten Körpern auf (beachte: v ist die Geschwindigkeit im bewegten System)

3.3 Die Corioliskraft

$$\vec{F}_{Cor} = 2m \cdot (\vec{v} \times \vec{\omega})$$

$$\vec{F}_{Flieh} = m \cdot \omega^2 \cdot \vec{r} = -m \cdot \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

Diskussion

- Beide Terme verschwinden für $\omega = 0$
- Die Corioliskraft tritt nur bei bewegten Körpern auf (beachte: v ist die Geschwindigkeit im bewegten System)
- $\vec{v} \parallel \vec{\omega} \Rightarrow \vec{a}_{Cor} = 0$;
- Die Zentrifugalkraft ist auch für $v = 0$ vorhanden, sie verschwindet nur für $r = 0$.

3.4 Die Erde als rotierendes System

Die Erde als rotierendes System

$$\omega = \frac{2\pi}{86400\text{s}} = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$$

Bahngeschwindigkeit an der Erdoberfläche (mit $R=6370 \text{ km}$) :

$$v(\varphi) = \omega \cdot R \cdot \cos \varphi$$

am Äquator: $v(\varphi = 0^\circ) = 465 \text{ m/s}$

in unseren Breiten: $v(\varphi = 50^\circ) = 300 \text{ m/s}$

3.4 Die Erde als rotierendes System

Foucault'scher Pendelversuch (vorgeführt 1851 im Pantheon zu Paris)

Nachweis der Erddrehung (analog zum Exp. „Sandpendel über Drehscheibe“)

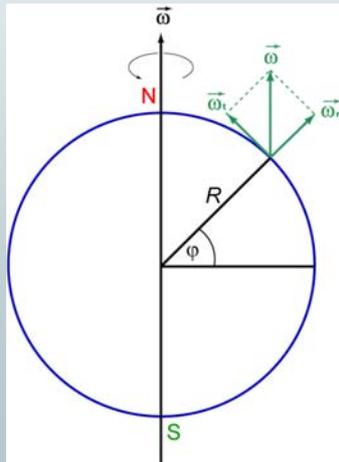
Daten des Pendels: $L = 67\text{m}$; $M = 28\text{kg}$; $T=16.4\text{s}$

3.4 Die Erde als rotierendes System

Foucault'scher Pendelversuch (vorgeführt 1851 im Pantheon zu Paris)

Nachweis der Erddrehung (analog zum Exp. „Sandpendel über Drehscheibe“)

Daten des Pendels: $L = 67\text{m}$; $M = 28\text{kg}$; $T=16.4\text{s}$



Drehung der Schwingungsebene
relativ zum Erdboden mit ω_n :

$$\omega_n = \omega \cdot \sin \varphi$$

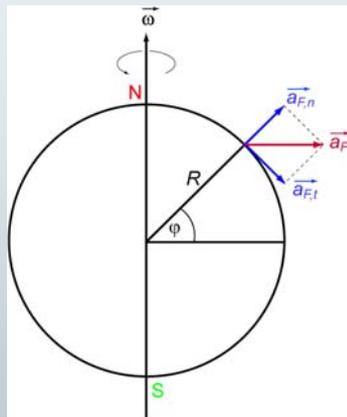
wobei $\omega = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$

Drehung der Schwingungsebene in
unseren Breiten ($\varphi=50^\circ$):

ca.
11,5° pro Stunde
1° in 5 min
360° in 31,1h

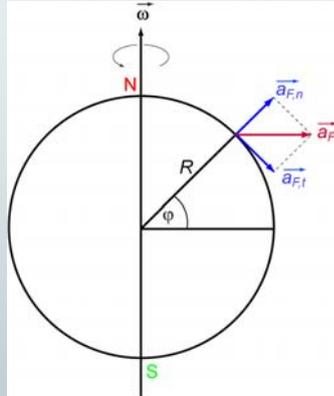
3.4 Die Erde als rotierendes System

a) Einflüsse der Zentrifugalkraft auf die Erde



3.4 Die Erde als rotierendes System

a) Einflüsse der Zentrifugalkraft auf die Erde



$$\vec{a}_F = \vec{a}_{\text{Flieh}}$$

$$a_F = \underbrace{\omega^2 \cdot R \cdot \cos \varphi}_{3.4 \text{ cm/s}^2}$$

$$a_{F,n} = \omega^2 \cdot R \cdot \cos^2 \varphi$$

$$a_{F,t} = \omega^2 \cdot R \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi$$

$a_{F,n}$ bewirkt geringfügige Verringerung der Erdbeschleunigung (abhängig von geographischer Breite; max 3,5‰) SPORT

$a_{F,t}$ ist mit verantwortlich für Abplattung der Erde. Die Zentrifugalbeschleunigung verschwindet von den Polen und erreicht am Äquator einen Maximalwert.

3.4 Die Erde als rotierendes System

b) Einflüsse der Corioliskraft (auf horizontale-Bewegungen)

- Film: Luftströme

- „Rechtsablenkung“ auf der Nordhalbkugel
- „Linksablenkung“ auf der Südhalbkugel
- „nichts“ am Äquator

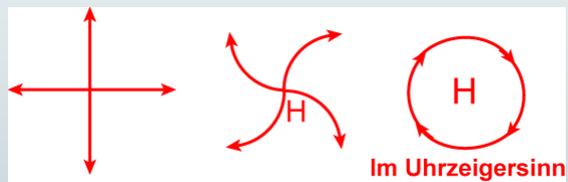
3.4 Die Erde als rotierendes System



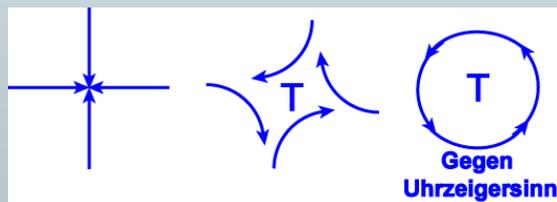
3.4 Die Erde als rotierendes System

Auswirkungen der Corioliskraft auf die Luftströmungen

Auf der Nordhalbkugel



Coriolisablenkung: „In Windrichtung nach rechts“

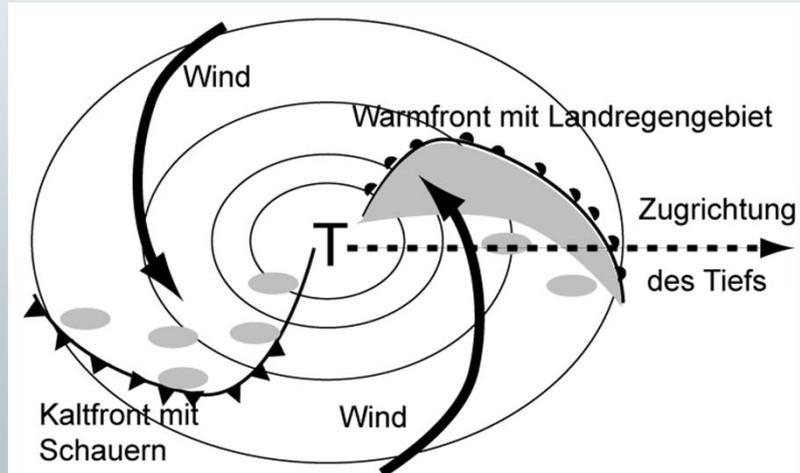


Auf der Südhalbkugel: „genau anders herum!“

3.4 Die Erde als rotierendes System

Auswirkungen der Corioliskraft auf die Luftströmungen

Auf der Nordhalbkugel

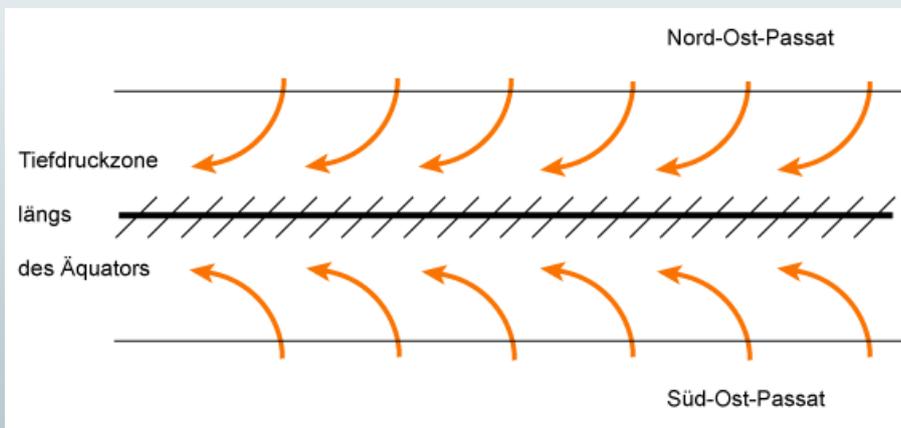


© R. Girwidz

37

3.4 Die Erde als rotierendes System

PASSAT-Winde



© R. Girwidz

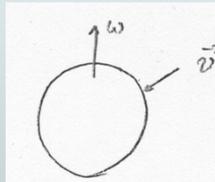
38

3.4 Die Erde als rotierendes System

Beispiel:

An einem Ort auf dem 45ten Breitengrad fällt ein Körper frei aus 100 Höhe. Welche Ablenkungen erfährt er durch Coriolis- und Zentrifugalkraft?

a) Richtungen



Coriolisbeschleu. nach Osten
Zentrifugalbeschleu. (Komponente nach Süden)

b) Ann.: Ablenkung klein gegenüber Fallhöhe

$$\Rightarrow v = g \cdot t; \quad h = \frac{1}{2} g \cdot t_F^2; \quad t_F = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$

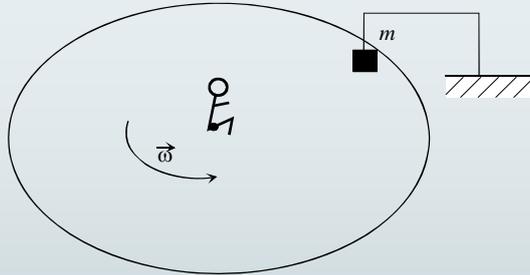
3.4 Die Erde als rotierendes System

Coriolisbeschleunigung: $a_c = \ddot{x}_c = 2 \cdot \omega \cdot g \cdot t \cdot \sin(90^\circ - \varphi);$
 $\dot{x}_c = \omega \cdot g \cdot t^2 \cdot \cos \varphi; \quad \text{mit } \dot{x}_c(0) = 0;$
 $x_c = \frac{1}{3} \omega \cdot g \cdot t^3 \cdot \cos \varphi; \quad \text{mit } x_c(0) = 0;$
 $x_c = \frac{1}{3} \omega \cdot g \cdot \left(\frac{2h}{g}\right)^{3/2} \cdot \cos \varphi = \underline{1,55 \text{ cm}};$

Zentrifugalbeschleunigung: $a_2 = \omega^2 \cdot R_E \cdot \sin(90^\circ - \varphi) = \omega^2 \cdot R_E \cdot \cos \varphi$
 Komponente nach Süden: $\ddot{y} = \omega^2 \cdot R_E \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi;$
 $\dot{y} = \omega^2 \cdot R_E \cdot t \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi; \quad \text{mit } \dot{y}(0) = 0;$
 $y = \frac{1}{2} \omega^2 \cdot R_E \cdot t^2 \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi; \quad \text{mit } y_c(0) = 0;$
 $y = \frac{1}{2} \omega^2 \cdot R_E \cdot \frac{2h}{g} \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi;$
 $y = \frac{1}{2} R_E \cdot \frac{h}{g} \cdot \sin(2\varphi) = \underline{17,2 \text{ cm}};$

Rotierende Bezugssysteme

"Zum rotieren"



Über einer mit konstanter Winkelgeschwindigkeit rotierenden Scheibe schwebt eine Masse m .

Für den Beobachter auf der Scheibe führt die Masse m natürlich eine gleichförmige Drehbewegung aus. Eine solche Bewegung erfordert allerdings eine Radialkraft.

Klären Sie die Verhältnisse im rotierenden Bezugssystem!
(Welche Rolle spielt außerdem die Zentrifugalkraft?)

Rotierende Bezugssysteme

"zum rotieren"

H 31 x 0016

Im rotierenden Bezugssystem: Trägheitskräfte berücksichtigen

$$\begin{aligned}\vec{F}_Z &= -m \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \\ &= m \omega^2 r \vec{e}_r\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{F}_C &= -2m \vec{\omega} \times \vec{v} && \text{mit } \vec{v} = -\vec{\omega} \times \vec{r} \\ &= 2m \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \\ &= -2m \omega^2 r \vec{e}_r\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_Z + \vec{F}_C = -m\omega^2 r \cdot \vec{e}_r = \vec{F}_R$$