

5. Teilchensysteme und Impulserhaltung

5.1 Massenmittelpunkt

5.2 Impuls als Bewegungsgröße

5.3 Impulserhaltungssatz

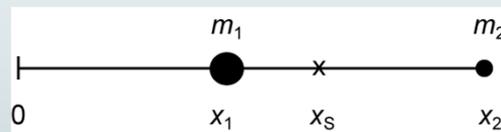
5.4 Stoßprozesse

5.5 Raketenphysik

5.1 Massenmittelpunkt

Massenmittelpunkt:

V: 2 Wagen auf Balken



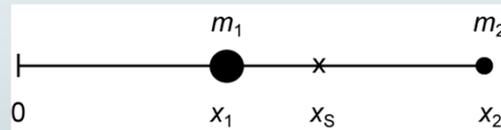
Spezialfall 1 dim. Welt: $m_{\text{Ges}} \cdot x_s = m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2$

Massenmittelpunkt / Schwerpunkt:

5.1 Massenmittelpunkt

Massenmittelpunkt:

V: 2 Wagen auf Balken



Spezialfall 1 dim. Welt: $m_{Ges} \cdot x_s = m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2$

Massenmittelpunkt / Schwerpunkt:

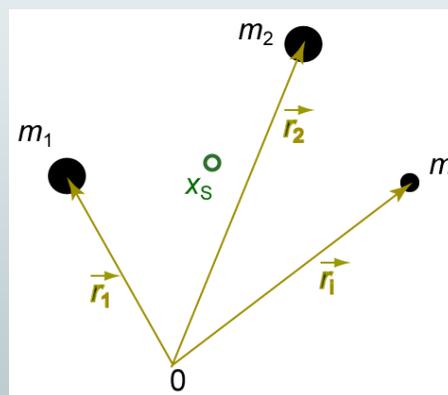
$$x_s = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2}{m_{Ges}} = \frac{\sum m_i \cdot x_i}{\sum m_i}$$

5.1 Massenmittelpunkt

Allgemein:

$$m_{Ges} \cdot \vec{r}_s = \sum_i m_i \vec{r}_i$$

$$\vec{r}_s = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$$



5.1 Massenmittelpunkt

V: Schraubenschlüssel
mit Markierung

Vergleich mit Ball

Trägheitssatz und Newton II für ein System von Teilchen:

Der Massenmittelpunkt eines Systems bewegt sich unter dem Einfluss einer resultierenden äußeren Kraft wie ein Teilchen mit der Masse:

$$(m_{\text{Ges}} = \sum_i m_i)$$

5.1 Massenmittelpunkt

V: Schraubenschlüssel
mit Markierung

Vergleich mit Ball

Trägheitssatz und Newton II für ein System von Teilchen:

Der Massenmittelpunkt eines Systems bewegt sich unter dem Einfluss einer resultierenden äußeren Kraft wie ein Teilchen mit der Masse:

$$(m_{\text{Ges}} = \sum_i m_i)$$

Spezialfall:

$$\vec{F} = 0; \Rightarrow \vec{v}_{\text{Schwerpunkt}} = \textit{konst};$$

(d. h. der Massenmittelpunkt bewegt sich geradlinig gleichförmig oder ruht)

5.2 Impuls als Bewegungsgröße

Def.: $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

$$F_{ext} = m_{Ges} \cdot a_{sp} \qquad \vec{F} = \frac{d}{dt}(m \cdot \vec{v}) = \dot{\vec{p}}$$
$$F_{ext} = m_{Ges} \cdot \dot{v}_{sp}$$

Mit Hilfe des Impulses lässt sich die Grundgleichung der Mechanik allgemein formulieren:

$$\vec{F} = \dot{\vec{p}}$$

5.2 Impuls als Bewegungsgröße

$$\vec{F} = \dot{\vec{p}}$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \rightarrow \begin{array}{l} \vec{F}dt = d\vec{p} \\ \vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p} \end{array}$$



Aussagen ablesen können

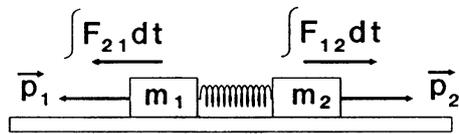
5.2 Impuls als Bewegungsgröße

Kraftstoß und Impulsänderung:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\int \vec{F} dt = \int d\vec{p} = \Delta\vec{p}$$

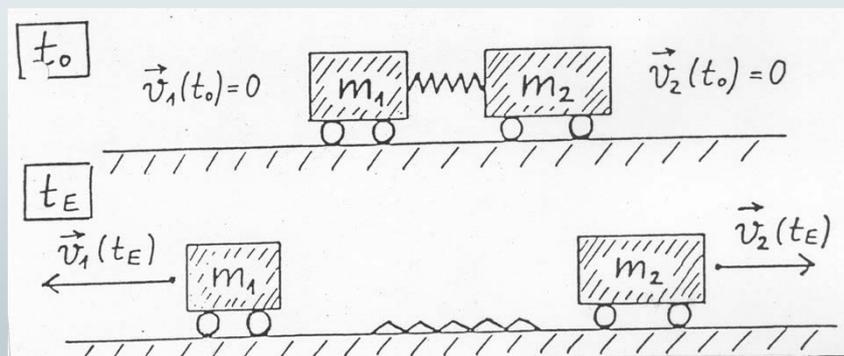
Kraftstoß = Impulsänderung



© R. Girwidz

9

5.3 Impulserhaltungssatz ($\leftarrow \rightarrow$ actio = reactio)



© R. Girwidz

10

5.3 Impulserhaltungssatz (\leftrightarrow actio = reactio)

Theorie:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$
$$m_1 \cdot \vec{a}_1 = -m_2 \cdot \vec{a}_2$$

vereinfachend
 $F_1 = \text{konst.}$

$$m_1 \cdot \frac{\Delta v_1}{\Delta t} = -m_2 \cdot \frac{\Delta v_2}{\Delta t}$$
$$m_1 \cdot \Delta v_1 = -m_2 \cdot \Delta v_2$$

$$m_1(v_1' - v_1) = -m_2(v_2' - v_2)$$
$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$

Gesamtimpuls vorher = Gesamtimpuls nachher
(Impulserhaltung)

5.3 Impulserhaltungssatz (\leftrightarrow actio = reactio)

Allgemein:

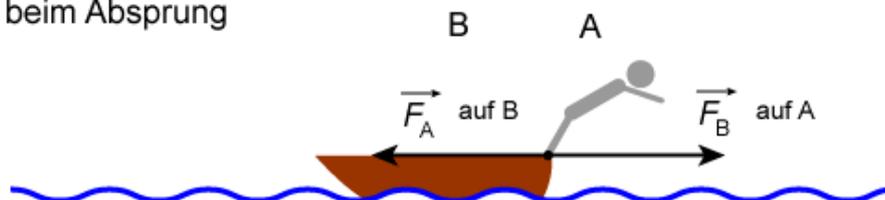
$$\vec{F}_a = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \quad \text{oder} \quad \vec{p} = \text{const.}$$

Impulssatz:

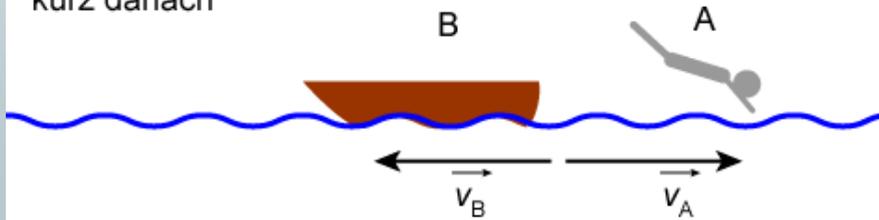
Ohne Einwirkung äußerer Kräfte bleibt in einem System die Summe aller Impulse konstant.

5.3 Impulserhaltungssatz (\leftrightarrow actio = reactio)

beim Absprung



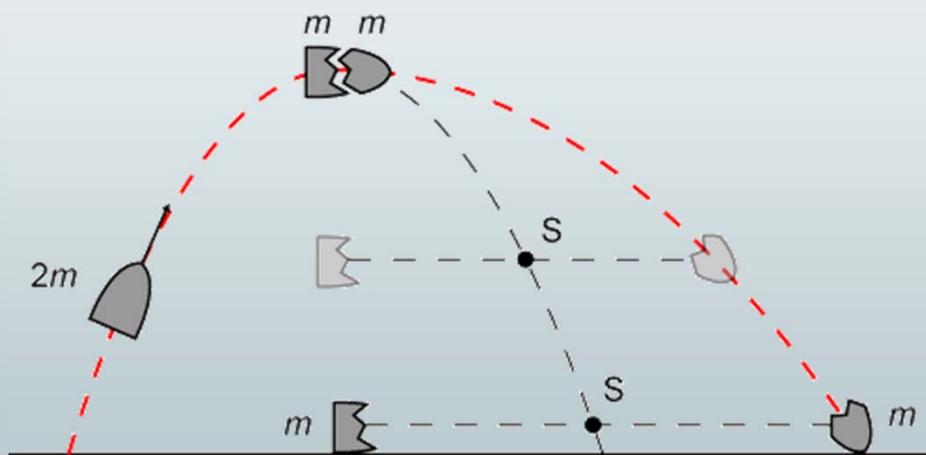
kurz danach



© R. Girwidz

13

5.3 Impulserhaltungssatz (\leftrightarrow actio = reactio)



© R. Girwidz

14

5.3 Stoßarten

Stoßart		Charakteristik $E_{Kin,nach} - E_{Kin,vor} = \Delta Q$
Elastisch		Summe der kinetischen Energie vor und nach dem Stoß gleich $\Delta Q = 0$
Ineleastisch		Summe der kinetischen Energie nach dem Stoß kleiner $\Delta Q < 0$
unelastisch		Die Körper bewegen sich nach dem Stoß zusammen mit gleicher Geschwindigkeit $\Delta Q < 0$
überelastisch		$\Delta Q > 0$

5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

Experimente zum geraden unelastischen Stoß

Spezialfall: $v_1' = v_2' = v'$

a) $m_2 = m_1 \Rightarrow v' = \frac{1}{2} v_1$

b) $m_1 = 2 \cdot m_2 \Rightarrow v' = \frac{2}{3} v_1$

5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

Unelastisch: Körper haften nach dem Stoß aneinander, d. h. $v_1' = v_2' = u'$

Impulssatz:

Energiesatz:

5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

Unelastisch: Körper haften nach dem Stoß aneinander, d. h. $v_1' = v_2' = u'$

Impulssatz: $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v'$

Energiesatz: $\frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \cdot v'^2 + \Delta Q$

Sei speziell $v_2=0$ (ruhesendes Target):



$$\Rightarrow v' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

→ Inelastisch Stoß auf Fahrbahn:
Geschwindigkeiten messen

5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

Beispiel: Zusammenstoß LKW - PKW

$$\begin{aligned} m_1 &= 15 \text{ t}; & v_1 &= 100 \text{ km/h} \\ m_2 &= 1,5 \text{ t}; & v_2 &= -100 \text{ km/h} \end{aligned}$$



5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

Beispiel: Zusammenstoß LKW - PKW

$$\begin{aligned} m_1 &= 15 \text{ t}; & v_1 &= 100 \text{ km/h} \\ m_2 &= 1,5 \text{ t}; & v_2 &= -100 \text{ km/h} \end{aligned}$$



Frontaler Zusammenstoß, vollkommen inelastisch: $\vec{v}_1' = \vec{v}_2' = \vec{v}'$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v'$$

5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

Beispiel: Zusammenstoß LKW - PKW

$$\begin{aligned} m_1 &= 15 \text{ t}; & v_1 &= 100 \text{ km/h} \\ m_2 &= 1,5 \text{ t}; & v_2 &= -100 \text{ km/h} \end{aligned}$$



Frontaler Zusammenstoß, vollkommen inelastisch: $\vec{v}_1' = \vec{v}_2' = \vec{v}'$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v'$$

$$\vec{v}' = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow \vec{v}' = \frac{(15 \cdot 10^3) \cdot 100 + (1,5 \cdot 10^3) \cdot (-100)}{(15 + 1,5) \cdot 10^3} \text{ km h}^{-1} \vec{e}_x$$
$$\vec{v}' \approx \underline{\underline{82 \text{ km h}^{-1} \cdot \vec{e}_x}}$$

Der LKW verliert nur ca. 20% seiner Geschwindigkeit

5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

Energieabgabe beim unelastischen Stoß:

5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

Energieabgabe beim unelastischen Stoß:

($v_2 = 0;$)

$$\begin{aligned}\Delta Q &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \cdot v^2 \\ &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} \frac{m_1^2}{m_1 + m_2} \cdot v_1^2\end{aligned}$$

5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

Energieabgabe beim unelastischen Stoß:

($v_2 = 0;$)

$$\begin{aligned}\Delta Q &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \cdot v^2 \\ &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} \frac{m_1^2}{m_1 + m_2} \cdot v_1^2\end{aligned}$$

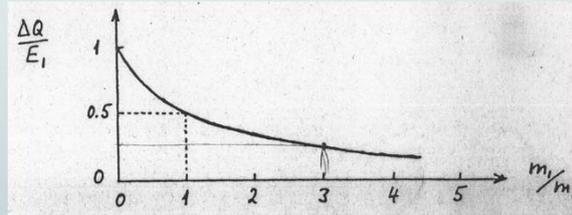
$$\begin{aligned}\Delta Q &= \frac{1}{2} \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_1^2 \\ &= \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{1}{2} m_1 v_1^2\end{aligned}$$

$$\Delta Q = \frac{m_2}{m_1 + m_2} * E_1$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta Q}{E_1} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} = \frac{1}{1 + m_1/m_2}$$

5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

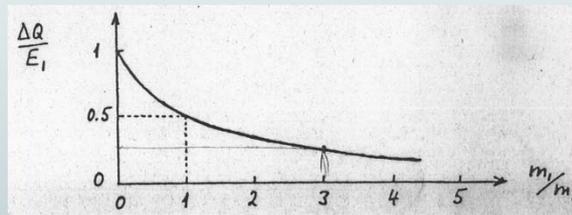
Energieabgabe:
$$\frac{\Delta Q}{E_1} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} = \frac{1}{1 + m_1/m_2}$$



→ Je leichter das Projektil, umso höher $\frac{\Delta Q}{E_1}$

5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

Energieabgabe:
$$\frac{\Delta Q}{E_1} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} = \frac{1}{1 + m_1/m_2}$$



→ Je leichter das Projektil, umso höher $\frac{\Delta Q}{E_1}$

Spezialfälle:

a) $m_1 = m_2$: $\Delta Q = \frac{1}{2} E_1$

b) $m_1 \ll m_2$: $\Delta Q \approx E_1$

5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

Weiterer spezieller Fall: $m_1 = m_2 = m$; $\vec{v}_1 = -\vec{v}_2 = \vec{v}$

$$\Delta Q = 2E_1 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} m \cdot v^2 \right)$$



5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

B) Elastischer Stoß

I) Impulssatz: $m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = m_1 \cdot \vec{v}_1' + m_2 \cdot \vec{v}_2'$

II) Energiesatz: $\frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 \cdot v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2'^2$

5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

Spezialfall: $v_2 = 0$ (ruhendes Target)

aus IS:
$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + 0 = m_1 \cdot \vec{v}_1' + m_2 \cdot \vec{v}_2' \quad (1)$$

aus ES:
$$\frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 \cdot v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2'^2 \quad (2)$$

5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

(1')
$$v_2' = \frac{m_1}{m_2} \cdot (v_1 - v_2')$$

(2')
$$m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2 \cdot v_2'^2$$

5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

$$(1') \quad v_2' = \frac{m_1}{m_2} \cdot (v_1 - v_2')$$

$$(2') \quad m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2 \cdot v_2'^2$$

$$(1') \text{ in } (2'): \quad m_1(v_1 - v_1')(v_1 + v_1') = \frac{m_1^2}{m_2} (v_1 - v_1')^2$$

$$m_2(v_1 + v_1') = m_1(v_1 - v_1')$$

$$v_1'(m_1 + m_2) = v_1(m_1 - m_2)$$

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_1$$

5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1$$

5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

$$\text{in (1)} \quad m_1 \cdot v_1 = m_1 \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2'$$

$$m_1 \cdot v_1 \left(1 - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) = m_2 \cdot v_2'$$

$$\frac{m_1}{m_2} \left(\frac{+2m_2}{m_1 + m_2} \right) \cdot v_1 = v_2'$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1$$

5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_1$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1$$

$m_1 = m_2$; $v_2 = 0$; zwei gleiche Massen:

5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_1$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1$$

$m_1 = m_2$; $v_2 = 0$; zwei gleiche Massen:

$\Rightarrow v_1' = 0$; $v_2' = v_1$ vollständige Energieübertragung

5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_1$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1$$

$m_1 = m_2$; $v_2 = 0$; zwei gleiche Massen:

$\Rightarrow v_1' = 0$; $v_2' = v_1$ vollständige Energieübertragung

$m_1 \ll m_2$: El. Stoß auf Wand

5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_1$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1$$

$m_1 = m_2$; $v_2 = 0$; zwei gleiche Massen:

$\Rightarrow v_1' = 0$; $v_2' = v_1$ vollständige Energieübertragung

$m_1 \ll m_2$: El. Stoß auf Wand

$v_1' = -v_1$; $v_2' = 0$ sehr geringer Energieübertragung

5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_1$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1$$

$m_1 = m_2$; $v_2 = 0$; zwei gleiche Massen:

$\Rightarrow v_1' = 0$; $v_2' = v_1$ vollständige Energieübertragung

$m_1 \ll m_2$: El. Stoß auf Wand

$v_1' = -v_1$; $v_2' = 0$ sehr geringer Energieübertragung

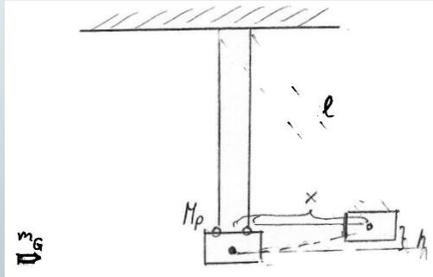
$m_1 \gg m_2$:

$v_1' \approx v_1$; $v_2' \approx 2v_1$ sehr geringer Energieübertragung

→ Kugelpendel

5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

– Messung von Geschw. m. d. ballistischen Pendel



$$\begin{aligned}(l-h)^2 + x^2 &= l^2 \\ x^2 &= l^2 - l^2 + 2 \cdot l \cdot h - h^2 \\ &\approx 2 \cdot l \cdot h \quad (l \gg h) \\ h &\approx \frac{x^2}{2 \cdot l}\end{aligned}$$

$$M_P = 646\text{g};$$

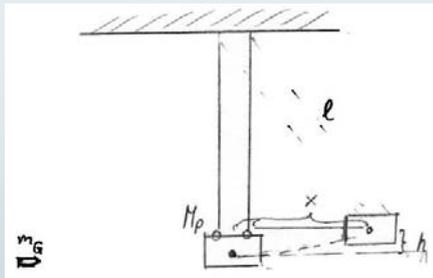
$$M_G = 0,49\text{g};$$

$$l = 1\text{m};$$

© R. Girwidz

39

5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)



Impulssatz:
(für Geschoss+Pendel)

$$\begin{aligned}m_G \cdot v_G + 0 &= (m_G + M_P) v_P \\ \Rightarrow v_G &= \frac{m_G + M_P}{m_G} \cdot v_P\end{aligned}$$

v_P aus Energiebetrachtung: $\frac{1}{2}(m_G + M_P) \cdot v_P^2 = (m_G + M_P) \cdot g \cdot h$

$$v_P = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = x \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\Rightarrow v_G = \frac{m_G + M_P}{m_G} \cdot x \cdot \sqrt{\frac{g}{l}}$$

© R. Girwidz

40

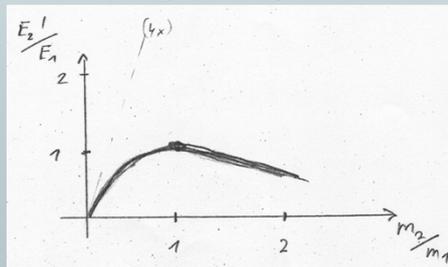
5.4 Stoßprozesse (eindim. /kollineare Stöße)

Relativer Energieübertrag: $\frac{E_2'}{E_1}$

$$E_2' = \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2'^2 = \frac{m_2}{2} \cdot \left(\frac{2m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2} \right)^2;$$

$$E_1 = \frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2$$

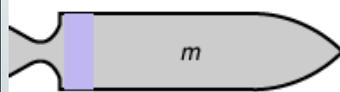
$$\frac{E_2'}{E_1} = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{4 \frac{m_2}{m_1}}{\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)^2}$$



Max. bei $m_1 = m_2$

5.5 Raketenphysik

Brennstoff (Δm)



v

t

Δm



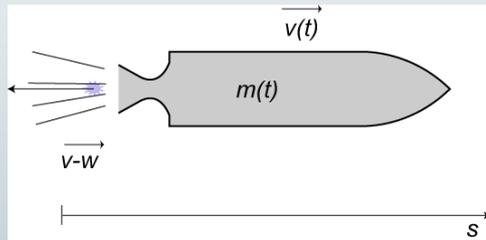
$v - w$

$$\begin{aligned} v + \Delta v \\ = v + w \frac{\Delta m}{m} \end{aligned}$$

$t + \Delta t$

5.5 Raketenphysik

Prinzip:
Antrieb durch Rückstoß ausströmenden Gase;
Impulserhaltung für Gesamtsystem (Rakete + ausströmenden Gas)



$|\vec{w}| = w$ Ausströmgeschw. der Gase relativ zur Rakete $v(t)$: Geschwindigkeit der Rakete im raumfesten System

$$v_G(t) = v(t) - w \quad \text{Momentangeschwindigkeit}$$

m_R : Masse Rakete;
 m_G : Masse der ausgestoßenen Gase;

© R. Girwidz

43

5.5 Raketenphysik

Aufstellen der Bewegungsgleichung für den kräftefreien Raum

Impulssatz bei momentanem Masseausstoß (dm_G):

$$mv = \underbrace{dm \cdot (v - w)}_{\text{Gase}} + \underbrace{(m - dm_G) \cdot (v + dv)}_{\text{Rakete}}$$

Bewegungsgleichung:

$$m_R \frac{dv}{dt} = +w \frac{dm_G}{dt} = -w \frac{dm_R}{dt}$$

($dm \cdot dv$ vernachlässigt)

↑ Schubkraft

© R. Girwidz

44

5.5 Raketenphysik

Aufstellen der Bewegungsgleichung für den kräftefreien Raum

Impulssatz bei momentanem Masseausstoß (dm_G):

$$m v_R = \underbrace{dm_R \cdot (v - w)}_{\text{Gase}} + \underbrace{(m - dm_G) \cdot (v + dv)}_{\text{Rakete}}$$

Bewegungsgleichung:

$$m_R \frac{dv}{dt} = +w \frac{dm_G}{dt} = -w \frac{dm_R}{dt} \quad (dm \cdot dv \text{ vernachlässigt})$$

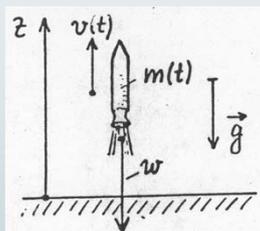
↑ Schubkraft

$$-\frac{dm_R}{dt} = \frac{dm_G}{dt} > 0; \quad w < 0; \quad \Rightarrow F_s > 0;$$

realistisch: $\frac{dm}{dt} = \text{const.}; \quad w = \text{const.} \quad \Rightarrow F_s = \text{const.}$

5.5 Raketenphysik

Rakete im Schwerfeld (Raketenstart)



äußeres Kraftfeld

$$\vec{F}_G = m\vec{g}$$

kommt hinzu;

Bewegungsgleichung:

$$m \frac{dv}{dt} = w \frac{dm_G}{dt} - mg$$

Schubkraft Schwerkraft
 $F_s > 0$ $F_G < 0$

man beachte: $m = m(\uparrow)$!

5.5 Raketenphysik

Integration der Bewegungsgleichung:

$$dv = w \frac{dm_G}{m_R} - g \cdot dt$$

$$\int_0^v dv = -w \int_{m_0}^m \frac{dm_R}{m(t)} - g \int_0^t dt$$

$$v(t) = w \cdot \ln \frac{m_0}{m(t)} - g \cdot t$$

mit $m_0 = m(t=0)$ = Masse der vollgetankten Rakete bei Zündung

5.5 Raketenphysik

Diskussion:

a) Bedingung für Abheben:

$$\frac{dv}{dt} > 0 \Leftrightarrow F_s > |F_G|$$

entscheidende Parameter für Schubkraft: $|w|$ und $\frac{dm}{dt}$;

$|w|$ hängt von Brennkammerdruck und -temperatur sowie vom verwendeten Gasgemisch ab;

5.5 Raketenphysik

Diskussion:

a) Bedingung für Abheben: $\frac{dv}{dt} > 0 \Leftrightarrow F_s > |F_G|$

entscheidende Parameter für Schubkraft: $|w|$ und $\frac{dm}{dt}$;

$|w|$ hängt von Brennkammerdruck und -temperatur sowie vom verwendeten Gasgemisch ab;

In der Praxis:

fl. H_2 - fl. $O_2 \rightarrow$ hohes $|w|$ ($\sim 4,5 \frac{km}{s}$), aber kleines $\frac{dm}{dt}$

Kerosin - fl. $O_2 \rightarrow$ kleines $|w|$ ($\sim 2,5 \frac{km}{s}$), aber höheres $\frac{dm}{dt}$

5.5 Raketenphysik

b) Endgeschwindigkeit v_E (=Geschwindigkeit bei Brennschluss $t = t_E$)

$$v_E = w \cdot \ln \frac{m_0}{m_E} - g \cdot t_E$$

mit $m_E = m(t = t_E)$ Masse der leergebrannten Rakete bei Brennschluss

entscheidende Parameter: $|w|$ und $\frac{m_0}{m_E}$

5.5 Raketenphysik

b) Endgeschwindigkeit v_E (=Geschwindigkeit bei Brennschluss $t = t_E$)

$$v_E = w \cdot \ln \frac{m_0}{m_E} - g \cdot t_E$$

mit $m_E = m(t = t_E)$ Masse der leergebrannten Rakete bei Brennschluss

entscheidende Parameter: $|w|$ und $\frac{m_0}{m_E}$

In der Praxis: $|w| = 2,5$ bis $4,5 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ (siehe oben)

$$\frac{m_0}{m_E} \leq 6$$

$$\Rightarrow v_E \leq 8 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

zum Vergleich: Fluchtgeschwindigkeit $v_{\min} = 11,2 \text{ km/s}$ → Mehrstufenprinzip!

5.5 Raketenphysik

Daten der Saturn V (Apollo-Projekt)

$$m_o = 2950\text{t}; \quad m_{\text{Treibstoff}} = 2000\text{t}; \quad \frac{m_0}{m_E} = \frac{2900}{700} \approx 4;$$

1. Stufe: Kerosin + fl. O_2

$$|w| = 2,2 \frac{\text{km}}{\text{s}}; \quad \frac{dm}{dt} = 15 \frac{\text{t}}{\text{s}}; \quad F_s = 3,3 \cdot 10^7 \text{N};$$

Brenndauer: $t_E \approx 2 \text{ min}$

2., 3. Stufe: fl. H_2 + fl. O_2

5.5 Raketenphysik

Endgeschwindigkeit v_E

nach 1. Stufe ----- 2 km/s
nach 2. Stufe ----- 6,8 km/s
nach 3. Stufe ----- 7,85 km/s

Umlaufbahn in 185 km Höhe

Beschleunigung der Rakete:

a) am Anfang (kurz nach Start:

$$a_A = \frac{F_s - m_0 \cdot g}{m_0} \approx 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 0,2 \cdot g;$$

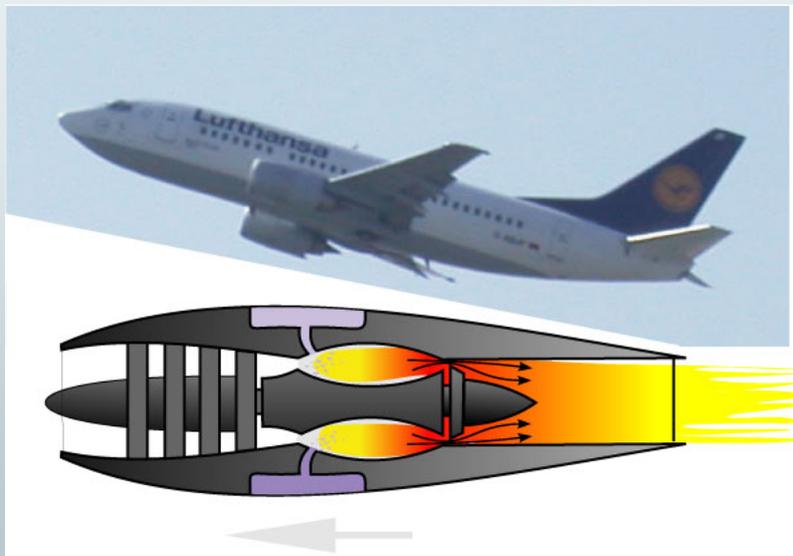
b) am Ende (kurz vor Brennschluss):

$$a_E = \frac{F_s - m_E \cdot g}{m_E} \approx 40 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 4 \cdot g;$$

© R. Girwidz

53

5.5 Raketenphysik

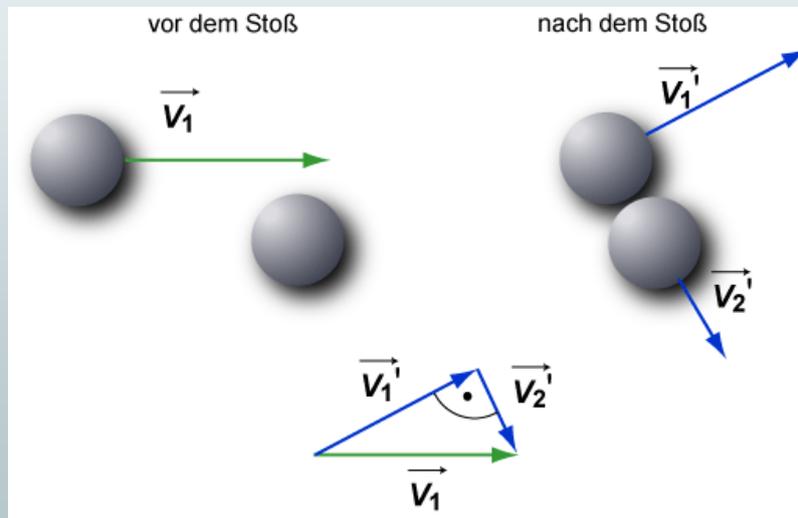


Die heißen Verbrennungsgase strömen aus den Brennkammern nach hinten aus.

© R. Girwidz

54

5.6 Stöße - zweidimensional



© R. Girwidz

55

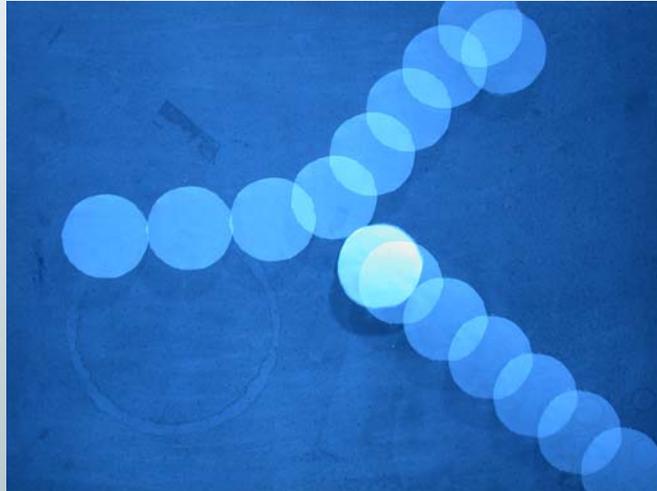
5.6 Stöße - zweidimensional

Stoßart		Charakteristik
gerade		Geschwindigkeitsvektoren liegen auf einer Geraden
schief		Geschwindigkeitsvektoren liegen in einer Ebene und schließen einen Winkel ein
zentral		Die Schwerpunkte liegen auf der Stoßnormalen (Senkrechte zur Stoßebene)
exzentrisch		Die Schwerpunkte liegen nicht auf der Stoßnormalen => Rotation

© R. Girwidz

56

5.6 Stöße - zweidimensional



© R. Girwitz

57

5.6 Stöße - zweidimensional

Bei gleichen Massen stehen die Geschwindigkeitsvektoren nach dem Stoß senkrecht aufeinander.

© R. Girwitz

58

5.6 Stöße - zweidimensional



5.6 Stöße - zweidimensional

