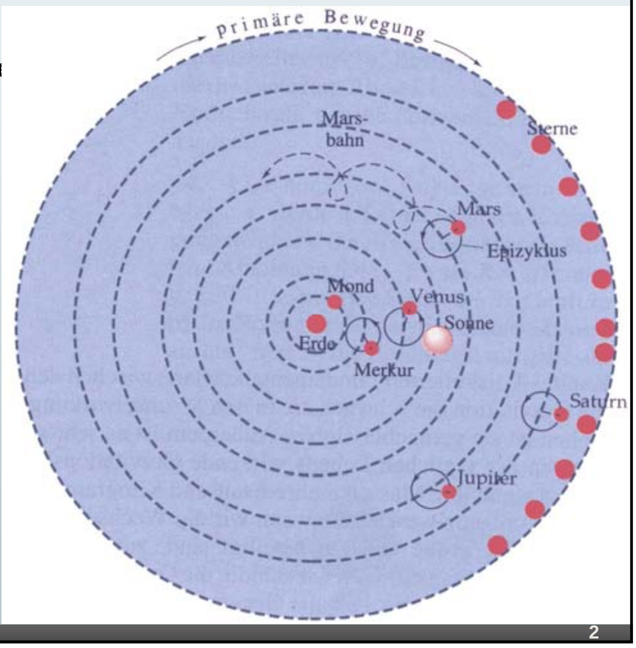
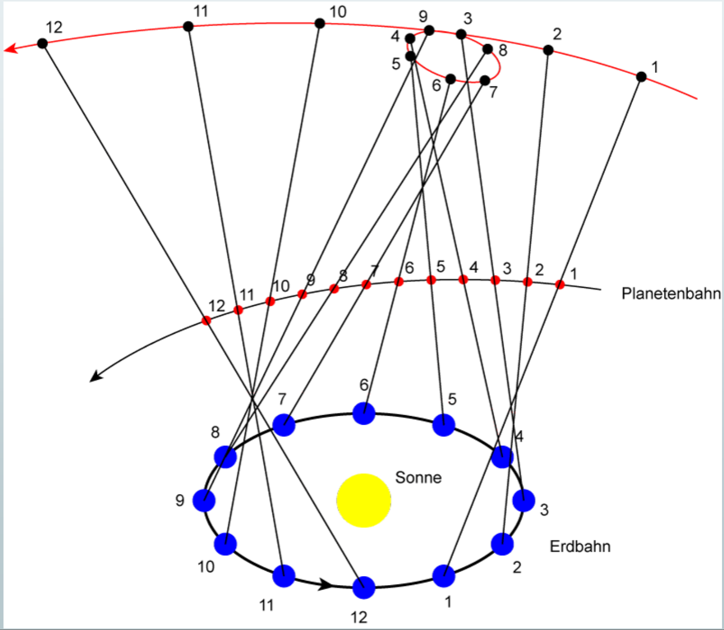
Physik - Gravitation

8.1 Weltbilder

Geoz
(Modell mit Epizyklen)



8.1 Weltbilder



8.1 Weltbilder

Historisch:

Die Bewegung der Planeten war über Jahrhunderte nicht zu erklären

- **Ptolemaios:**
  Geozentrisches Weltbild (Modell mit Epizyklen)

- **Kopernikus:**
  Zu Beginn des 16. Jahrhunderts entwickelte Kopernikus das heliozentrische Weltbild

- **Tycho Brahe:**
  Gegen Ende des 16. Jhr. machte Tycho Brahe die damals präzisesten Beobachtungen und lieferte die Grundlagen für Keplers Analysen und Gesetze

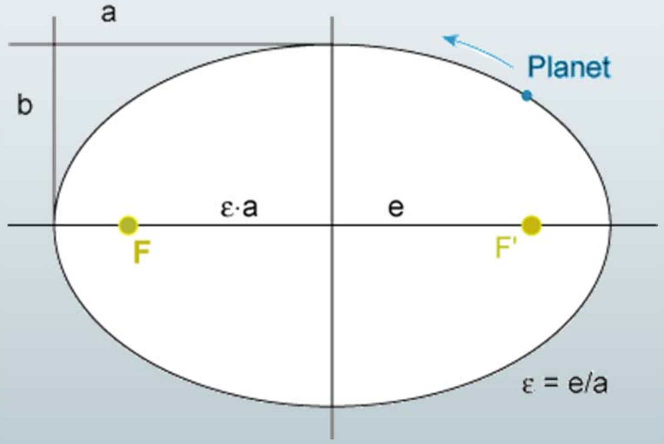
Die Keplerschen Gesetze

1 Die Planeten bewegen sich auf Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.

2 Die Verbindungslinie zwischen Sonne und einem Planeten überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.

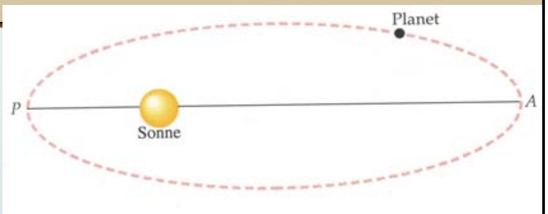
3 Die Quadrate der Umlaufszeiten zweier Planeten verhalten sich wie die dritten Potenzen ihrer großen Halbachsen.

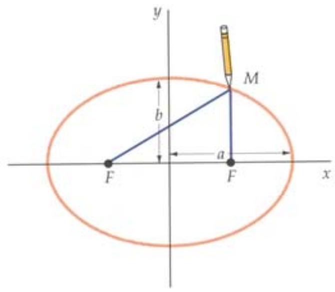
$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$



Für die Erde: ε = 0,017

8.1 Weltbilder





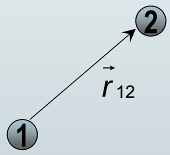
A	:	Aphel	152,1*E6 km
P	:	Perihel	147,1*E6 km
a	:	Große Halbachse	149,6*E6 km = 1 AE

Physik - Gravitation

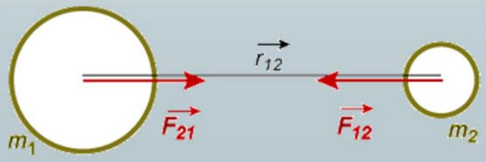
8.2 Das newtonsche Gravitationsgesetz (1686)

8.2 Das Newtonsche Gravitationsgesetz (1686)

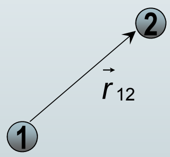
Eine der 4. fundamentalen Wechselwirkungen



$$\vec{F}_{12} = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{12}^{\;2}} \cdot \underbrace{\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}}_{\text{Richtungsvektor}}$$



8.2 Das Newtonsche Gravitationsgesetz (1686)



$$\vec{F}_{12} = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{12}^{\;2}} \cdot \underbrace{\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}}_{\text{Richtungsvektor}}$$

Gravitationskonstante: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}$

r_{12}: Abstand der Massenmittelpunkte

Beispiel:

Kraft zwischen 2 Kugeln (je 1kg) im Abstand von 10 cm: $F = 6{,}67 \cdot 10^{-9}\,N$

(i. a. vernachlässigbar)

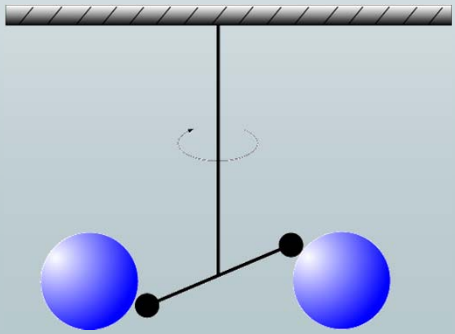
8.2 Das Newtonsche Gravitationsgesetz (1686)

$$\vec{F}_{12} = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{12}^{2}} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$

Beispiel:

Kraft zwischen 2 Kugeln (je 1kg) im Abstand von 10 cm: $F = 6{,}67 \cdot 10^{-9}\, N$

(i. a. vernachlässigbar)



Physik I - Gravitation

8.3 Das Gravitationsfeld

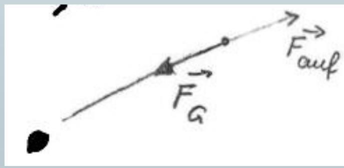
8.3 Das Gravitationsfeld

Auf eine Masse wirkt eine Kraft – sie befindet sich in einem "Kraftfeld".

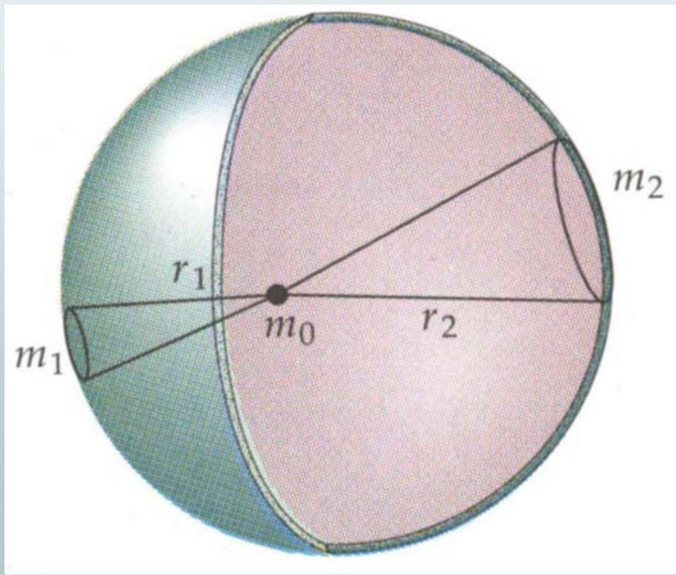
"Feld" : Eine Eigenschaft des Raumes, der Mittler für die Kraftübertragung
(≠ Fernwirkungstheorie)

Die Gravitationsfeldstärke *g* beschreibt diese Eigenschaft.
Sie ist unabhängig von der Probemasse.

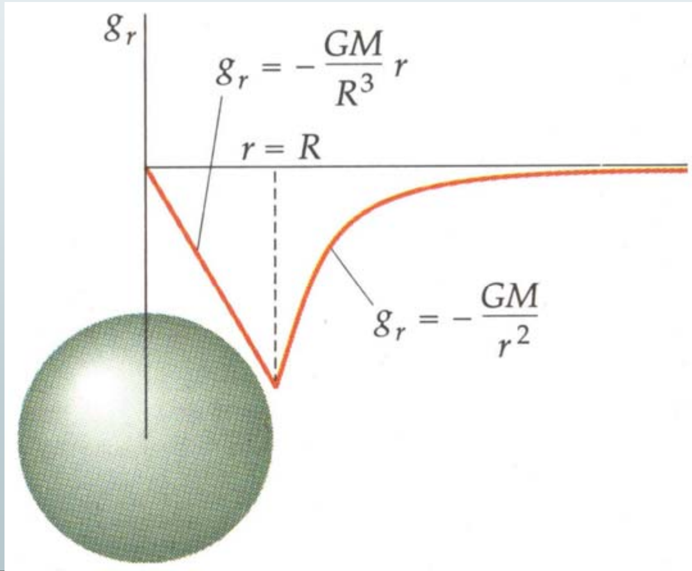
$$g(r) = \frac{F(r)}{m} = \frac{G \cdot M_E}{r^2}$$



8.3 Das Gravitationsfeld



8.3 Das Gravitationsfeld



8.3 Das Gravitationsfeld

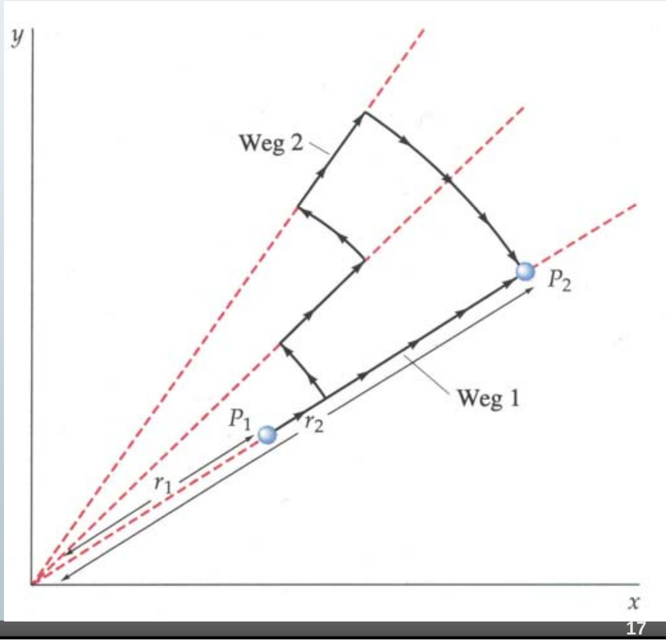
Arbeit im Gravitationsfeld

$$dW = \vec{F}_{aufwend} \cdot d\vec{s} = -\vec{F}_{Grav} \cdot d\vec{s}$$

$$= -\left(-\frac{G \cdot M_E \cdot m}{r^2}\vec{e}_r\right) d\vec{s}$$

$$= \frac{G \cdot M_E \cdot m}{r^2} dr$$

8.3 Das Gravitationsfeld



8.3 Das Gravitationsfeld

Die Arbeit ist wegunabhängig.
In einem Zentralfeld ist nur in radialer Richtung Arbeit zu verrichten.

$$\Delta E_{Pot} = W = \int_{r_1}^{r_2} dW = \int_{r_1}^{r_2} \frac{G \cdot M_E \cdot m}{r^2} dr$$

$$= G \cdot M_E \cdot m \cdot \left[\frac{-1}{r} \right]_{r_1}^{r_2}$$

$$= G \cdot M_E \cdot m \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right]$$

-wenn $r_1 > r_2 \Rightarrow W > 0$

$r_2 < r_1 \Rightarrow W < 0$

8.3 Das Gravitationsfeld

- Das Gravitationspotential

8.3 Das Gravitationsfeld

Gravitationsfeld ist konservativ

=> es ist ein Potential definierbar, das nur vom Ort abhängt.

$$\text{Potential } \varphi \equiv \text{Potentielle Energie pro Masse}$$

$$\Delta\varphi = G \cdot M_E \cdot \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right]$$

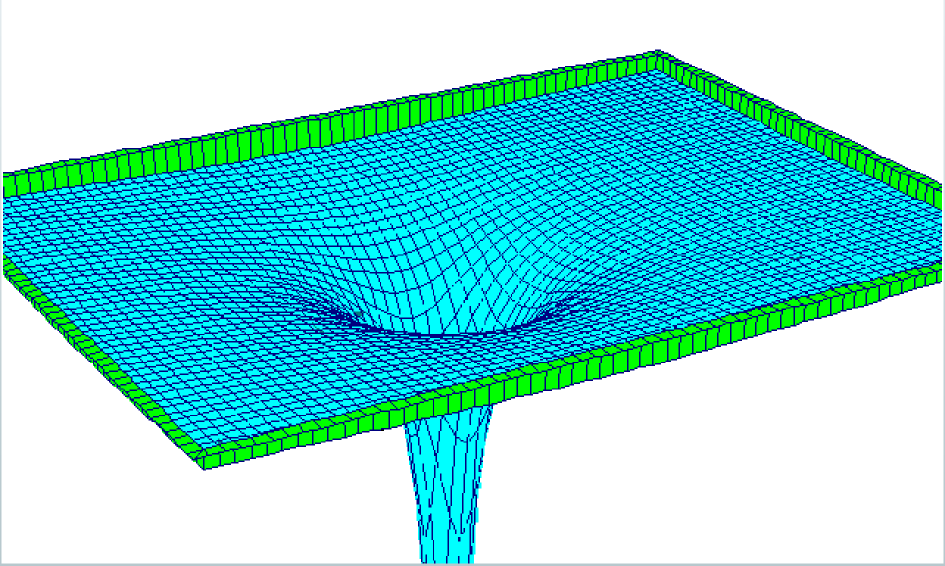
$$\text{Festlegung (willkürlich) des Potential-Nullniveaus} \quad \varphi(r_1) = 0$$

$$\left(E_{Pot}(\infty) = 0\right) \quad \varphi(\infty) = 0$$

$$\varphi(r) = -\frac{G \cdot M_E}{r}$$

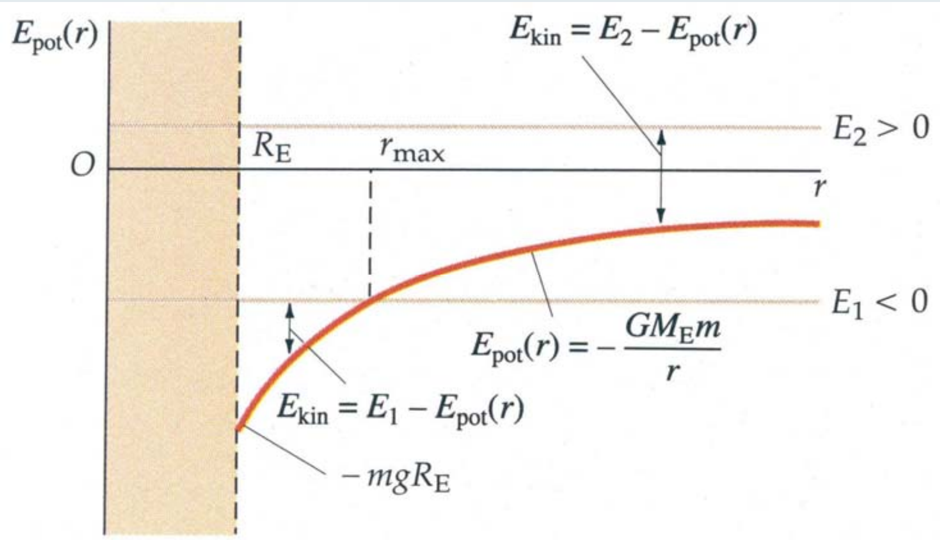
8.3 Das Gravitationsfeld

- Das Gravitationspotential



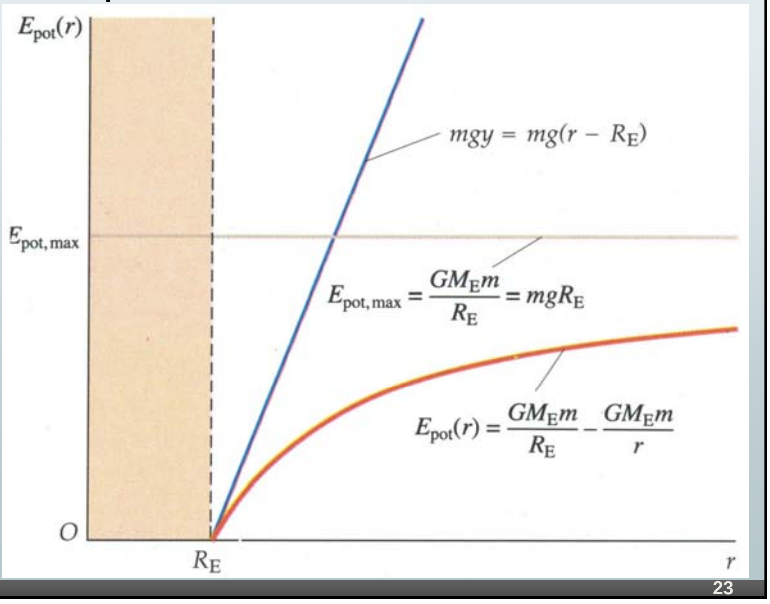
8.3 Das Gravitationsfeld

- Das Gravitationspotential

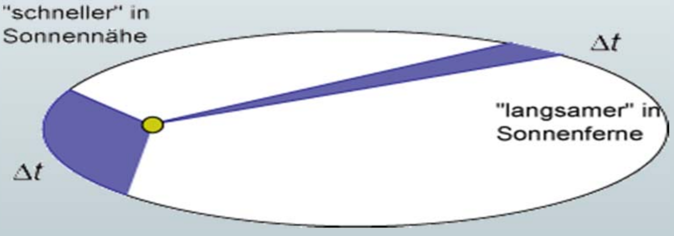


8.3 Das Gravitationsfeld

- Das Gravitationspotential



Physik I - Gravitation



Die Gravitationskraft als Zentralkraft
Keplers Flächensatz.

$$\vec{F}_{Grav} \uparrow\downarrow \vec{r}$$

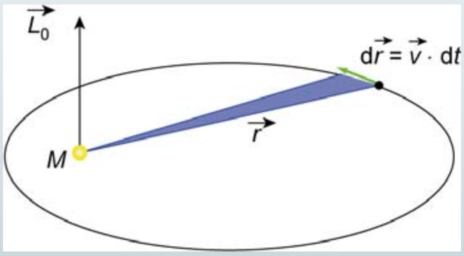
Zentralkraft => Drehmoment $M = 0$;

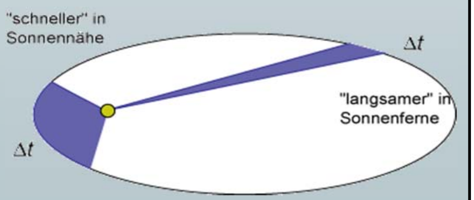
$$dA = \frac{1}{2}\left|r \times v\, dt\right| ;$$

$$= \frac{1}{2m}\left|r \times mv\, dt\right| ;$$

$$dA = \frac{1}{2m} L\, dt ;$$

$$dA/dt = \text{konst.} \quad \text{für } L \text{ konst.}$$





Physik I - Gravitation

8.4 Beispiele zum Gravitationsgesetz

8.4 Beispiele zum Gravitationsgesetz

Wie groß ist die Fallbeschleunigung in 200 km Höhe (ausgedrückt in g_0)?

$$a = \frac{G \cdot M_E}{r^2} \; ; \qquad g_0 = \frac{G \cdot M_E}{{R_E}^2}$$

8.4 Beispiele zum Gravitationsgesetz

Wie groß ist die Fallbeschleunigung in 200 km Höhe (ausgedrückt in g_0)?

$$a = \frac{G \cdot M_E}{r^2} \; ; \qquad g_0 = \frac{G \cdot M_E}{{R_E}^2}$$

$$\Rightarrow a = g_0 \frac{{R_E}^2}{r^2} = g_0 \frac{{R_E}^2}{(R_E + 200\mathrm{km})^2}$$

$$= 9{,}81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \left(\frac{6370}{6570}\right)^2 = \underline{\underline{9{,}22\mathrm{ms}^{-2}}}$$

Wie groß ist die Fluchtgeschwindigkeit von der Erde?

Wie groß ist die Fluchtgeschwindigkeit von der Erde?

E_{Pot} ist minimal an der Erdoberfläche;

$E_{Pot,\infty} = 0$;

$E_{kin,0} + E_{Pot,0} = E_{Pot,\infty} = 0$

$$E_{Kin,0} = -E_{Pot,0}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = +\frac{G \cdot M_E \cdot m}{R_E}$$

Wie groß ist die Fluchtgeschwindigkeit von der Erde?

E_{Pot} ist minimal an der Erdoberfläche;

$E_{Pot,\infty} = 0$;

$E_{kin,0} + E_{Pot,0} = E_{Pot,\infty} = 0$

$$E_{Kin,0} = -E_{Pot,0}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = +\frac{G \cdot M_E \cdot m}{R_E}$$

$$v^2 = \frac{2 \cdot G \cdot M_E}{R_E} = 2\frac{G \cdot M_E}{R_E{}^2} \cdot R_E = 2 \cdot g \cdot R_E$$

$$\underline{\underline{v = \sqrt{2 \cdot g \cdot R_E}}}$$