

3 Magnetismus

⇒ Magnetismus

3.1 Grunderscheinungen in Experimenten

3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

3.3 Quellen des magnetischen Feldes

3.4 Materie im Magnetfeld

3.5 Induktion

3.1 Grunderscheinungen in Experimenten

⇒ Kraftwirkung seit Antike bekannt

⇒ Kompassnadel seit 1269

⇒ Feld an Polen $6 \cdot 10^{-5} \text{ T}$

3.1 Grunderscheinungen in Experimenten

- Kraftwirkung: Anziehung, Abstoßung > Leiterschaukel
- Ausrichtung von Magneten in einem Feld (Drehmomente) > Kompassnadeln
- Es gibt keine magnetischen Monopole (Magnetpole treten paarweise auf) > Rollenmagnete
- Magnete können induziert werden > Weicheisenstab
- Ströme verursachen Magnetfelder > Oersteds Versuch
- Magnetische Feldlinien sind geschlossene Linien > Feldlinienbilder
- Magnetfelder wirken auf bewegte Ladungen > Elektronenstrahl-
ablenkrohre

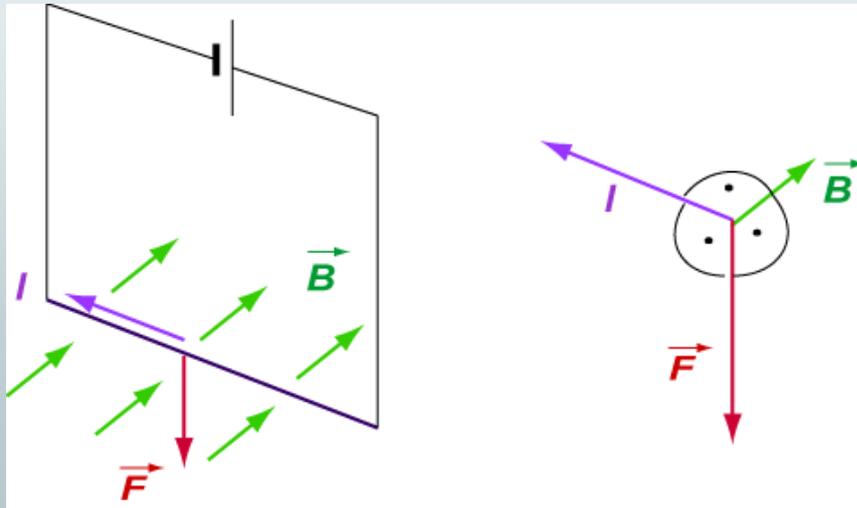
3.2 Magnetische Kraftwirkung

- Lorentzkraft
- Anwendungen
- Magnetische Dipolmomente, Drehmomente
- Hall-Effekt

3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

- Kraft auf stromdurchflossene Leiter

➤ Versuch: Leiterschaukel



© R. Girwidz

5

3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

- Kraft auf geraden Leiter:

Die magn. Induktion / magn. Flussdichte ist die Feldgröße, die die Kraftwirkung determiniert

- Lorentzkraft auf bewegte Ladung:

© R. Girwidz

6

3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

- Kraft auf geraden Leiter:

$$\vec{F} = I \cdot \vec{\ell} \times \vec{B}$$

Die magn. Induktion / magn. Flussdichte ist die Feldgröße, die die Kraftwirkung determiniert

- Lorentzkraft auf bewegte Ladung:

3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

- Kraft auf geraden Leiter:

$$\vec{F} = I \cdot \vec{\ell} \times \vec{B}$$

Die magn. Induktion / magn. Flussdichte ist die Feldgröße, die die Kraftwirkung determiniert

$$B = \mu_0 H = \mu_r \mu_0 H$$

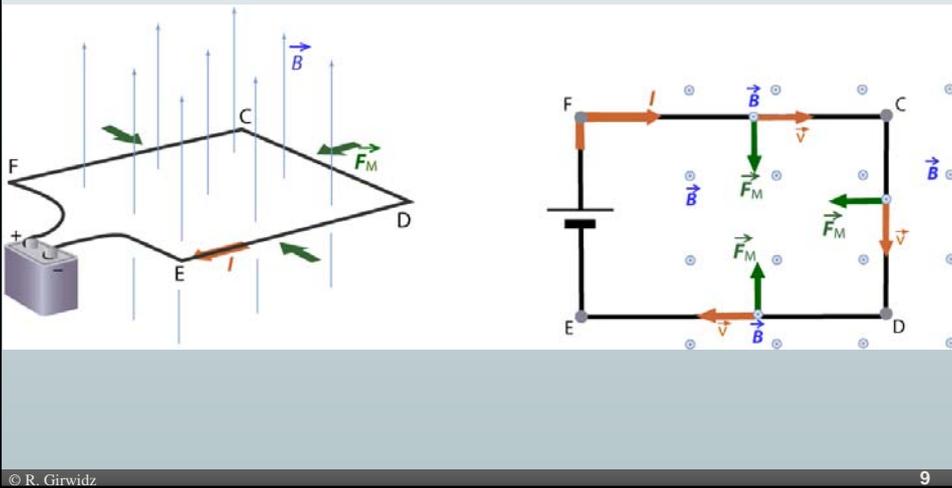
erst bei Materie relevant

- Lorentzkraft auf bewegte Ladung:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

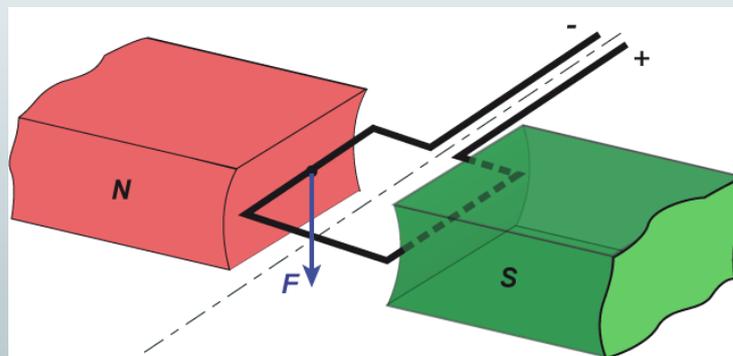
3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

- Leiterschleife im Magnetfeld



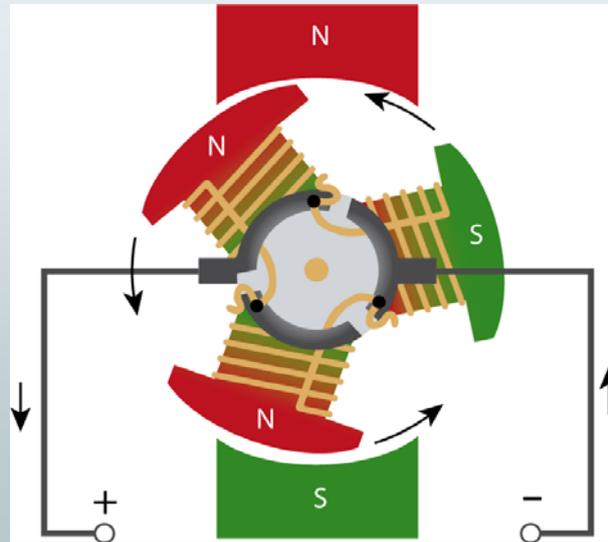
3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

- Kraft auf Strom durchflossene Leiter



3.4 Materie im Magnetfeld

■ Elektromotor

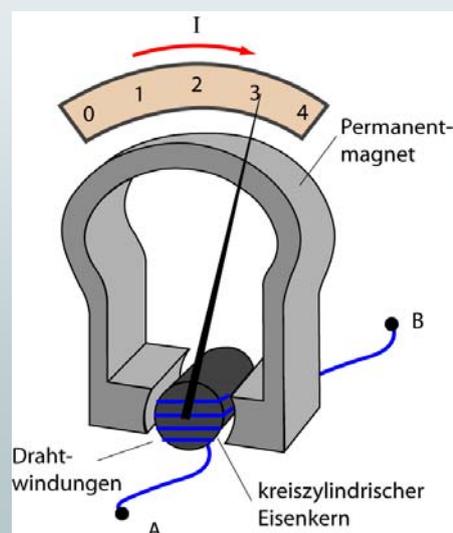


© R. Girwidz

11

3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

■ Kraft auf Strom durchflossene Leiter

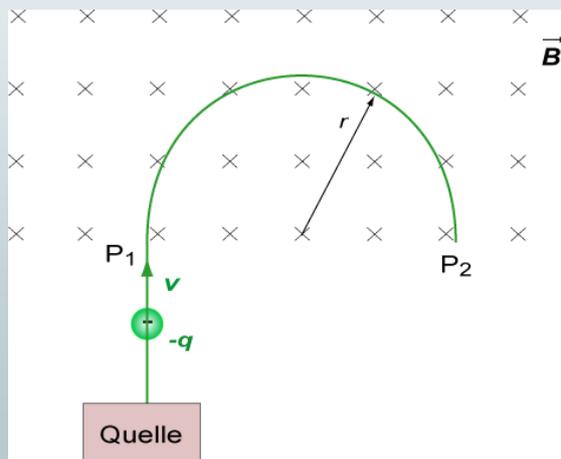


© R. Girwidz

12

3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

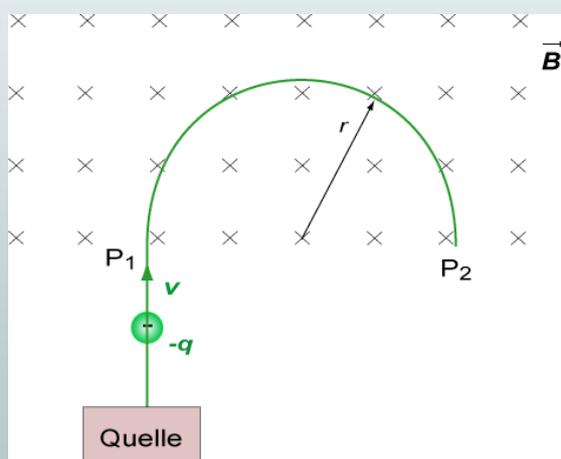
- Bewegung einer Punktladung im Magnetfeld



Radius:

3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

- Bewegung einer Punktladung im Magnetfeld



Radius:

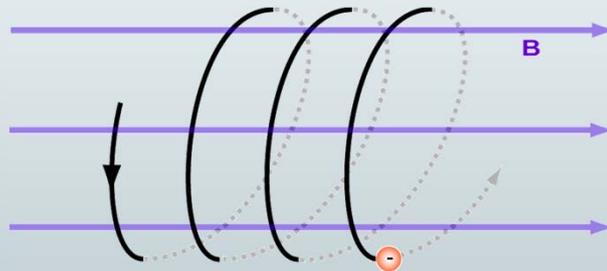
$$qvB = \frac{mv^2}{r};$$
$$r = \frac{mv}{qB};$$

Mit Beschleunigungsspannung:

$$\frac{m}{q} = \frac{B^2 r^2}{2 \Delta \phi}$$

3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

- Geschwindigkeitsvektor und B-Feld nicht senkrecht



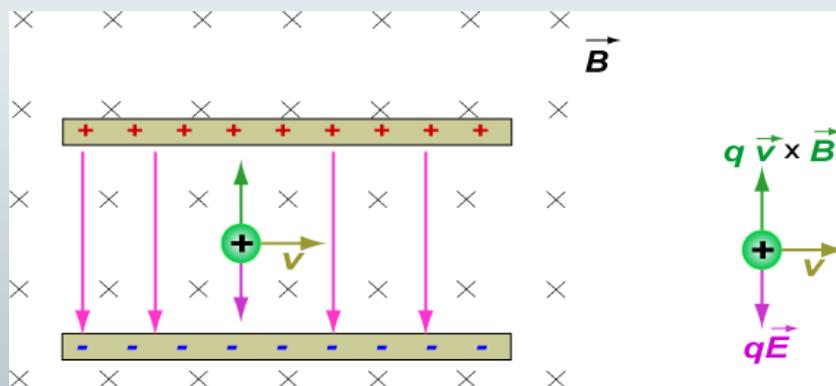
falls: $\vec{v} \angle \vec{B} \Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_{\perp} + \vec{v}_{\parallel}$
 Kreisbewegung + lineare Translation
 Schraubenbahn

© R. Girwidz

15

3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

- Geschwindigkeitsfilter

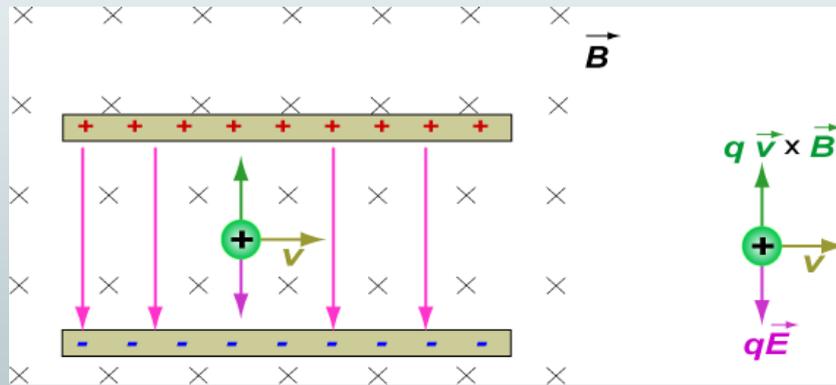


© R. Girwidz

16

3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

■ Geschwindigkeitsfilter



$$q \cdot E = q \cdot v \cdot B$$

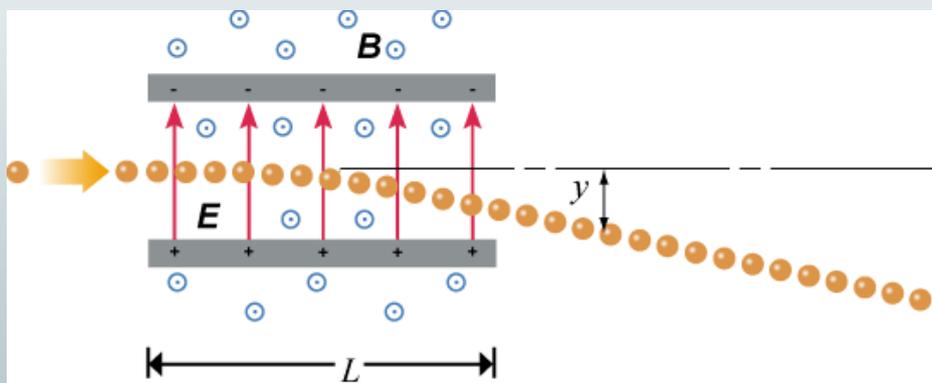
$$v = \frac{E}{B}$$

© R. Girwidz

17

3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

■ Elektronenablenkröhre

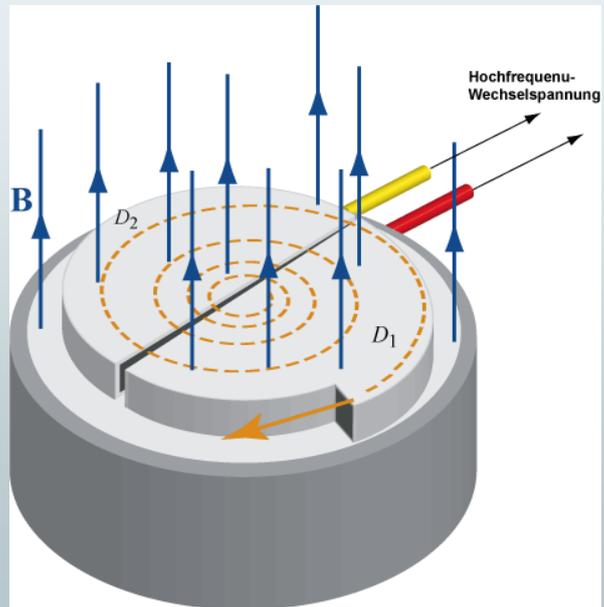


© R. Girwidz

18

3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

■ Zyklotron

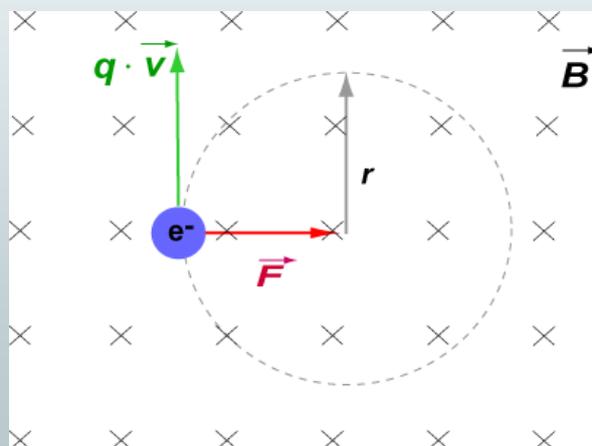


© R. Girwidz

19

3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

■ Zyklotron



Endgeschwindigkeit:

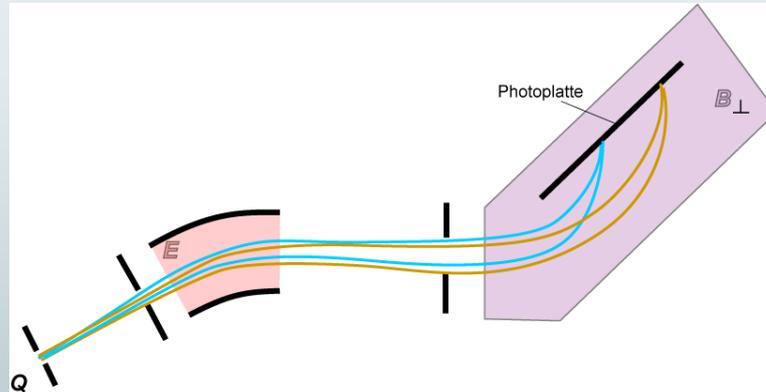
$$v = \frac{qBr}{m}$$

© R. Girwidz

20

3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

■ Massenspektrograph nach Aston



Geschwindigkeitsfokussierung: Ionen mit gleicher Ladung und Masse (d.h. gleicher spezifischer Ladung) aber verschiedener Anfangsgeschwindigkeit werden in einen Punkt fokussiert.

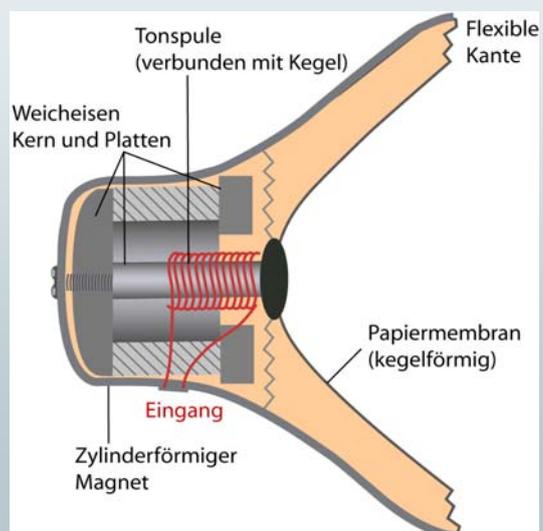
Richtungsfokussierung: Ionen mit gleicher Ladung und Masse (d.h. gleicher spezifischer Ladung) aber leicht verschiedener Anfangsrichtung werden in einen Punkt fokussiert.

© R. Girwidz

21

3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

■ Anwendung Lautsprecher



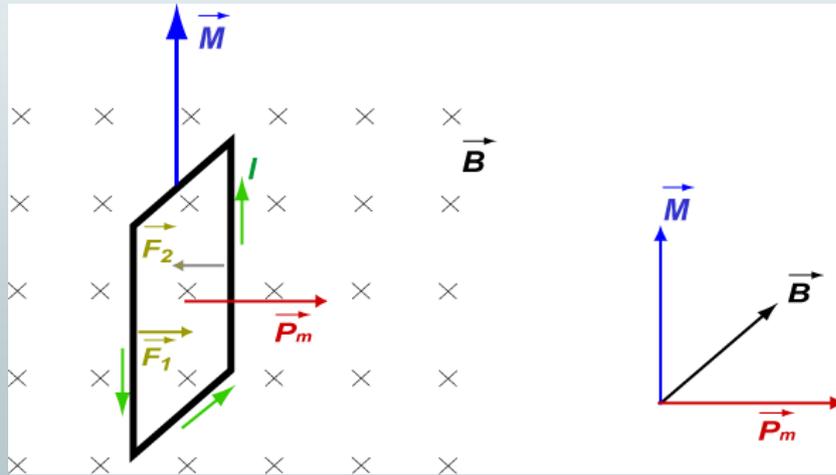
© R. Girwidz

22

3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

- Leiterschleifen und magnetische Momente

> Drehmoment auf Leiterschleife



© R. Girwidz

23

3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

- Definition magnetisches Dipolmoment:

$$\vec{p}_m = I \cdot \vec{A}$$

- Auf die Leiterschleife im Magnetfeld wirkt ein Drehmoment:

- Allgemein gilt für eine Stromschleife (Kreisstrom) im Magnetfeld:

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$$

© R. Girwidz

24

3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

- Definition magnetisches Dipolmoment:

$$\vec{p}_m = I \cdot \vec{A}$$

- Auf die Leiterschleife im Magnetfeld wirkt ein Drehmoment:

$$M = F_1 \cdot \frac{b}{2} + F_2 \cdot \frac{b}{2}$$

$$(F_1 = F_2 = I \cdot l \cdot B)$$

(A: Fläche d. Leiterschleife)

$$M = I \cdot l \cdot B \cdot b$$

$$M = I \cdot A \cdot B$$

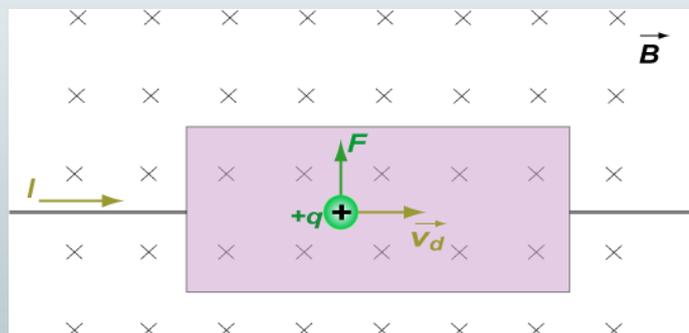
$$= p_m \cdot B$$

- Allgemein gilt für eine Stromschleife (Kreisstrom) im Magnetfeld:

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$$

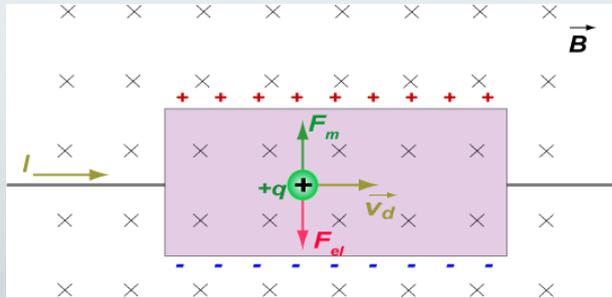
3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

- Hall-Effekt



3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

■ Hall-Effekt



Im stationären Zustand wird die Lorentzkraft durch die elektrost. Kraft kompensiert:

$$F_e = F_m$$

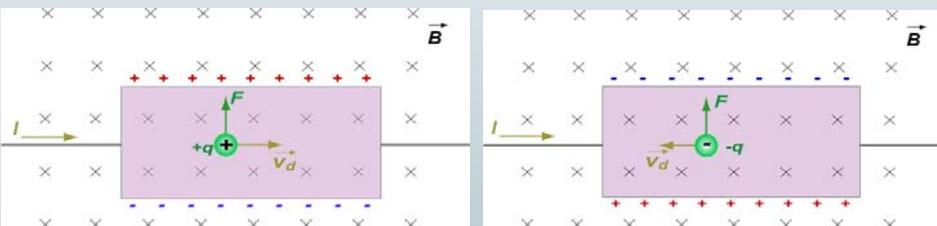
$$q \cdot E = q \cdot v_D \cdot B$$

$$E \cdot b = v_D \cdot B \cdot b$$

Hall-Spannung: $U_H = v_D \cdot B \cdot b$

3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

■ Hall-Effekt



3.2 Lorentzkraft

- Hall-Konstante und Ladungsträgerdichten

$$I = n \cdot q \cdot v_D \cdot A$$

Ladungsträgerdichte/ Anzahlldichte:

3.2 Lorentzkraft

- Hall-Konstante und Ladungsträgerdichten

$$I = n \cdot q \cdot v_D \cdot A$$

Ladungsträgerdichte/ Anzahlldichte:

$$n = \frac{I}{q \cdot v_D \cdot b \cdot d} = \frac{I \cdot B}{q \cdot d \cdot U_H}$$

3.2 Lorentzkraft

- Hall-Konstante und Ladungsträgerdichten

$$I = n \cdot q \cdot v_D \cdot A$$

Ladungsträgerdichte/ Anzahlldichte:

$$n = \frac{I}{q \cdot v_D \cdot b \cdot d} = \frac{I \cdot B}{q \cdot d \cdot U_H}$$

$$U_H = \frac{1}{\underbrace{n \cdot e}_{A_H \text{ (Hall-Konst.)}}} \cdot \frac{I \cdot B}{d} = A_H \cdot \frac{I \cdot B}{d}$$

Beweglichkeit und Hallkonstante:

3.2 Lorentzkraft

- Hall-Konstante und Ladungsträgerdichten

$$I = n \cdot q \cdot v_D \cdot A$$

Ladungsträgerdichte/ Anzahlldichte:

$$n = \frac{I}{q \cdot v_D \cdot b \cdot d} = \frac{I \cdot B}{q \cdot d \cdot U_H}$$

$$U_H = \frac{1}{\underbrace{n \cdot e}_{A_H \text{ (Hall-Konst.)}}} \cdot \frac{I \cdot B}{d} = A_H \cdot \frac{I \cdot B}{d}$$

Beweglichkeit und Hallkonstante:

$$n \cdot q \cdot v_D = j = \sigma \cdot E$$

$$n \cdot q \cdot \mu \cdot E = \sigma \cdot E$$

3.2 Lorentzkraft

- Hall-Konstante und Ladungsträgerdichten

$$I = n \cdot q \cdot v_D \cdot A$$

Ladungsträgerdichte/ Anzahldichte:

$$n = \frac{I}{q \cdot v_D \cdot b \cdot d} = \frac{I \cdot B}{q \cdot d \cdot U_H}$$

$$U_H = \frac{1}{n \cdot e} \cdot \frac{I \cdot B}{d} = A_H \cdot \frac{I \cdot B}{d}$$

A_H (Hall-Konst.)

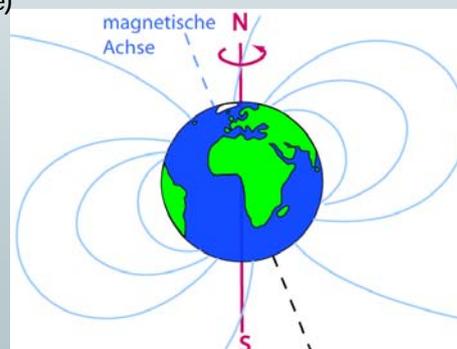
Beweglichkeit und Hallkonstante:

$$\begin{aligned} n \cdot q \cdot v_D &= j = \sigma \cdot E \\ n \cdot q \cdot \mu \cdot E &= \sigma \cdot E \quad \Rightarrow \quad \frac{\mu}{\sigma} = \frac{1}{n \cdot q} = A_H \end{aligned}$$

3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

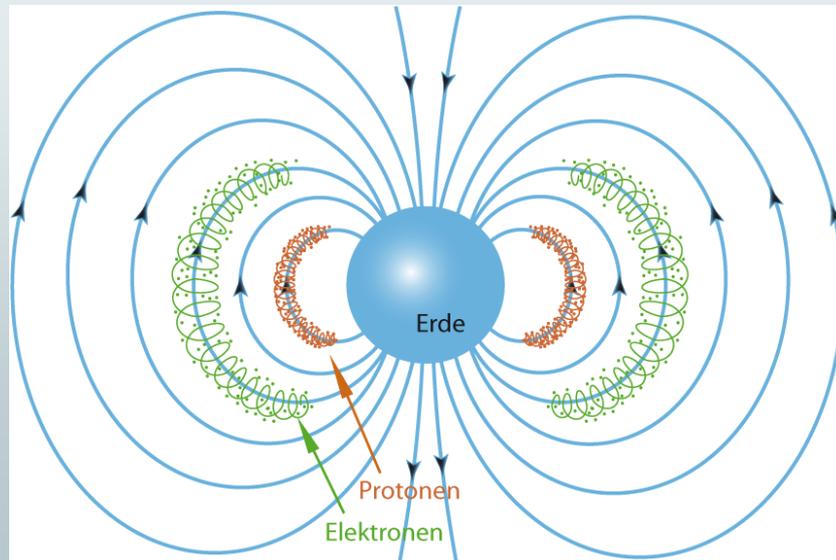
- Erdmagnetfeld

- an den Polen ca. $6 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ (0,6 Gauß)
(10000 G = 1 T)
- Deklination (Abweichung gegen Pol-Richtung)
ca. 5 Grad West (bei Stuttgart)
- Inklination (Winkel gegen Horizontale)
ca. 65 Grad (bei Stuttgart)



3.2 Lorentzkraft, Kraft auf bewegte Ladungen

■ Van-Allen-Gürtel



© R. Girwidz

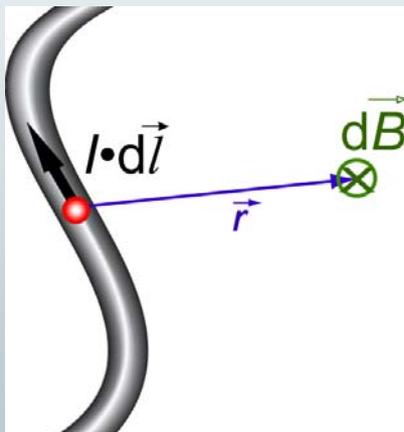
35

3.3 Quellen des magnetischen Feldes

- Biot-Savart-Gesetz
- Magnetfeld einer Spule
- Magnetfeld eines geraden Leiters
- Amperesches Gesetz

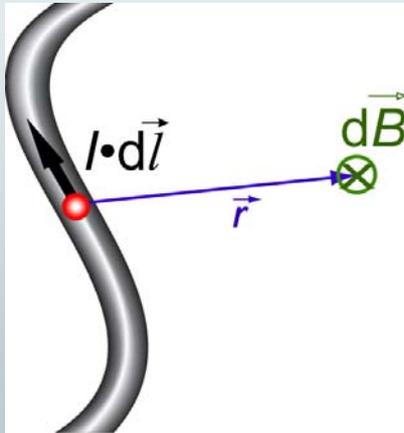
3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

- Magnetfeld eines differentiell kleinen Stromfadens



3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

- Magnetfeld eines differentiell kleinen Stromfadens



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

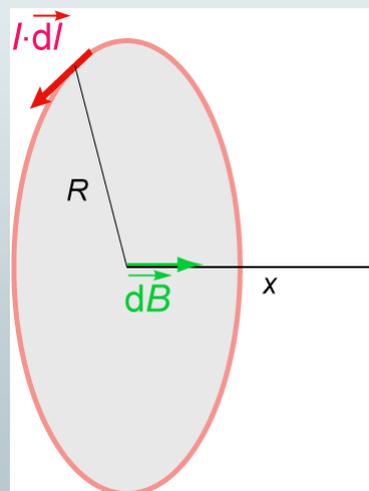
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot d\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

© R. Girwidz

3

3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

- Magnetfeld einer Leiterschleife



© R. Girwidz

4

3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

a) Im Schleifenmittelpunkt

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot dl \cdot \sin \Theta}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot dl}{R^2}$$

$$B = \oint \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot dl}{R^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} \cdot \oint dl ;$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} \cdot 2\pi R ;$$

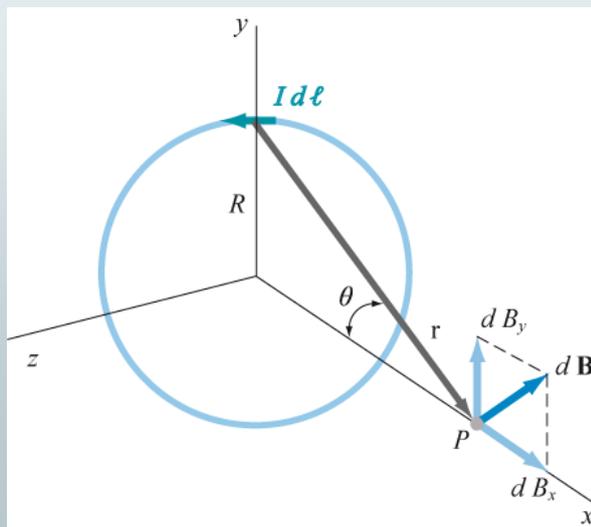
$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2R}$$

© R. Girwidz

5

3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

■ Magnetfeld einer Leiterschleife

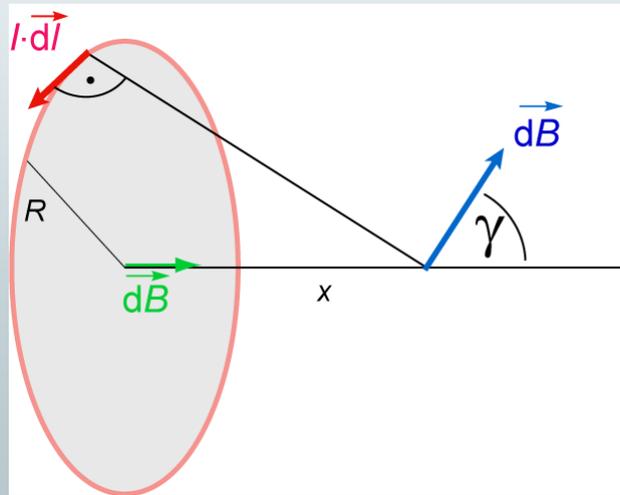


© R. Girwidz

6

3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

- Magnetfeld einer Leiterschleife



© R. Girwidz

7

3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

b) auf der Mittelsenkrechten im Abstand x:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot dl}{(x^2 + R^2)};$$

$$dB_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot dl}{(x^2 + R^2)} \cdot \cos(\gamma);$$

$$dB_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot dl}{(x^2 + R^2)} \cdot \frac{R}{\sqrt{x^2 + R^2}};$$

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot R}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \cdot \oint dl$$

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot 2\pi R^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$B_y = B_z = 0$$

© R. Girwidz

8

3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

für $x \gg R$: $(x^2 + R^2)^{3/2} \approx x^3$

$$\Rightarrow B_x = \frac{\mu_0 I \cdot 2\pi R^2}{4\pi x^3}$$

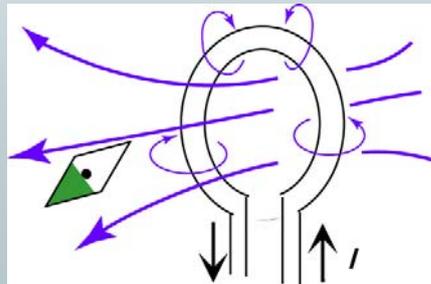
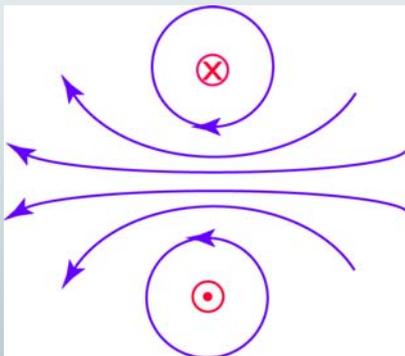
$$B_x = \frac{\mu_0 \cdot p_m}{4\pi x^3}$$



vgl. elektrostatisches Dipolmoment

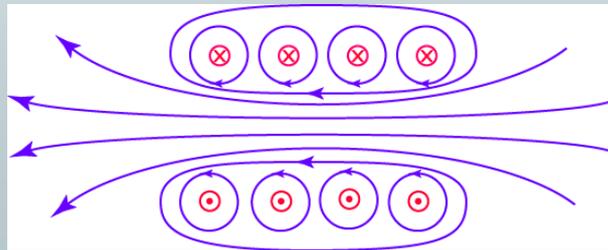
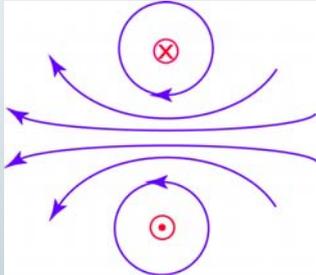
3.3 Quellen des Magnetfeldes

■ Feld eines Kreisstromes



3.3 Quellen des Magnetfeldes

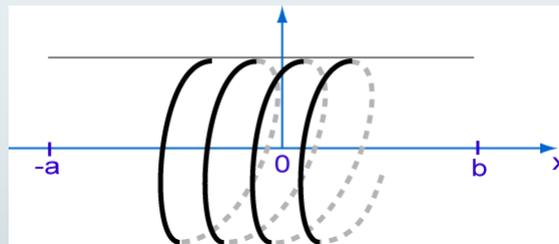
- von der Schleife zur Spule



© R. Girwidz

11

3.3.1 Biot-Savart-Gesetz



$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot 2\pi R^2 \cdot n \cdot I \cdot \int_{-a}^b \frac{dx}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

mit n : Windungsdichte
 n = Anzahl/Länge
 $n \cdot dx$: kreisförmiger Stromfaden

Formelsammlung:

$$\left. \frac{x}{R^2 \sqrt{x^2 + R^2}} \right|_{-a}^b$$

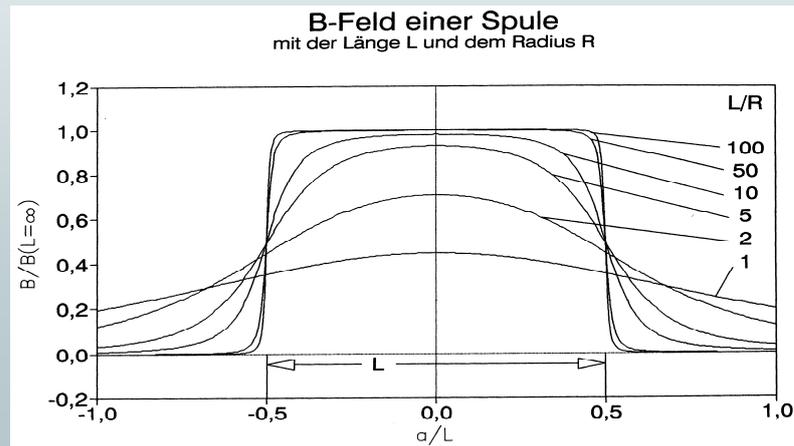
$$B_x = \frac{1}{2} \mu_0 \cdot n \cdot I \cdot \left(\frac{b}{\sqrt{b^2 + R^2}} + \frac{a}{\sqrt{a^2 + R^2}} \right)$$

© R. Girwidz

12

3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

$$B_x = \frac{1}{2} \mu_0 \cdot n \cdot I \cdot \left(\frac{b}{\sqrt{b^2 + R^2}} + \frac{a}{\sqrt{a^2 + R^2}} \right)$$



© R. Girwidz

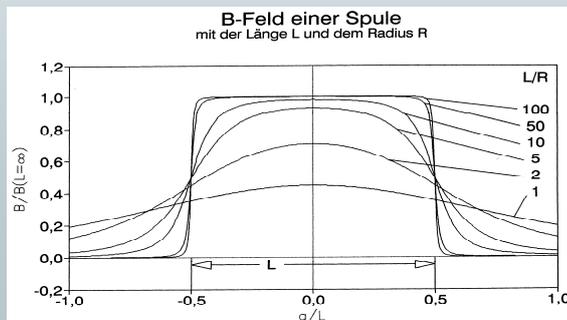
13

3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

$$B_x = \frac{1}{2} \mu_0 \cdot n \cdot I \cdot \left(\frac{b}{\sqrt{b^2 + R^2}} + \frac{a}{\sqrt{a^2 + R^2}} \right)$$

für sog. "lange Spule" (d.h. $a \gg R$; $b \gg R$):

$$B = \mu_0 \cdot n \cdot I = \mu_0 \cdot \frac{N}{L} \cdot I$$



➔ Feldmessung mit Hallsonde

© R. Girwidz

14

3.3 Quellen des Magnetfeldes

Regel: Sieht man auf die Spulenfläche:

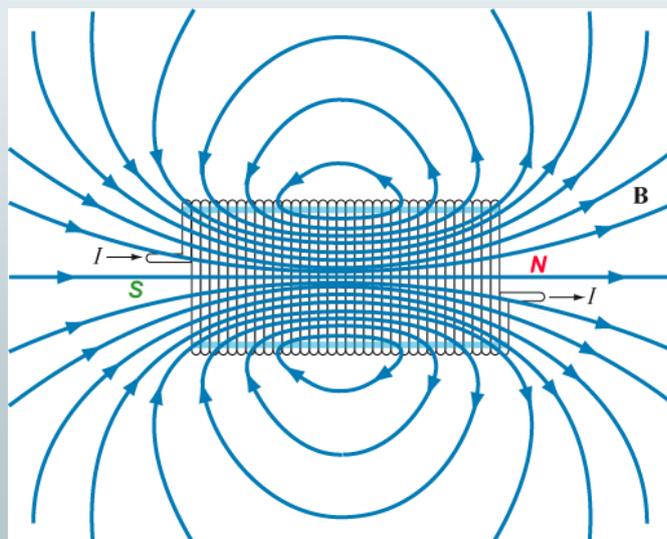


© R. Girwidz

15

3.3 Quellen des Magnetfeldes

- Magn. Flussdichte einer Spulenordnung

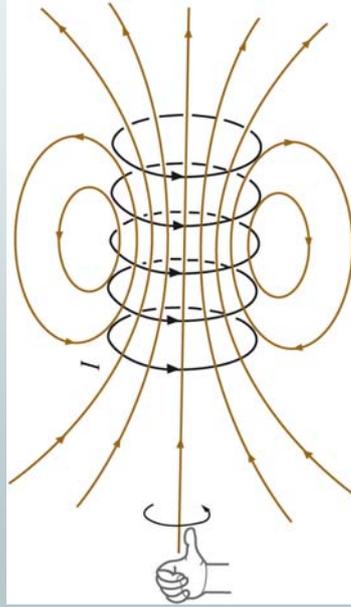


© R. Girwidz

16

3.3 Quellen des Magnetfeldes

- Magn. Flussdichte einer Spulenanordnung

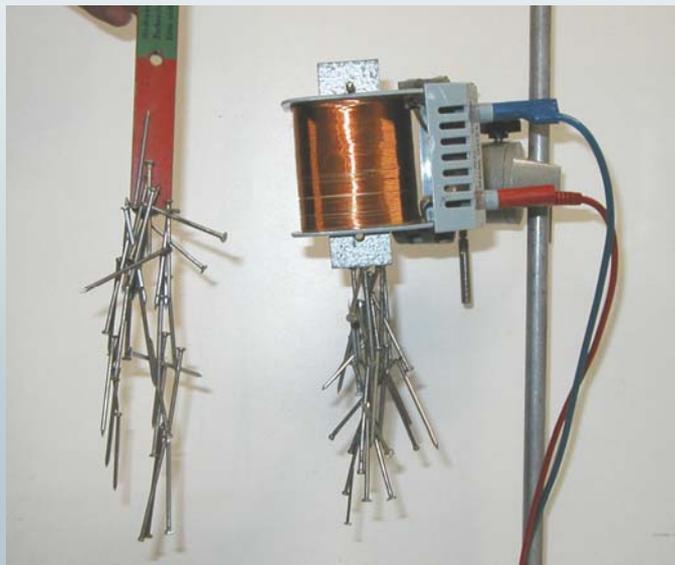


© R. Girwidz

17

3.3 Quellen des Magnetfeldes

- Stabmagnet und Elektromagnet

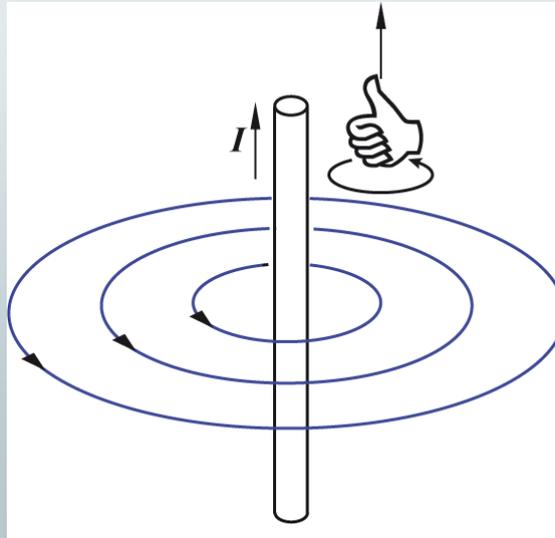


© R. Girwidz

18

3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

- Feld eines geraden stromdurchflossenen Leiters

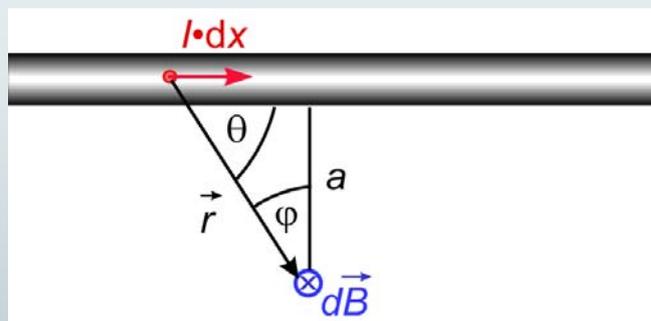


© R. Girwidz

19

3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

- Feld eines geraden stromdurchflossenen Leiters



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot dx}{r^2} \cdot \sin \Theta$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot dx}{r^2} \cdot \cos \varphi$$

© R. Girwidz

20

3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot dx}{r^2} \cdot \cos \varphi$$

"Trick": Integration über φ - Substitution:

$$x = a \cdot \tan \varphi$$

$$\frac{dx}{d\varphi} = a \frac{1}{\cos^2 \varphi} = a \frac{r^2}{y^2}$$

$$dx = \frac{r^2}{a} d\varphi$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} I \cdot \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} \left(\frac{1}{a} \cos \varphi \right) d\varphi$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{a} (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2)$$

3.3.1 Biot-Savart-Gesetz

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{a} (\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2)$$

sehr lange Leiter:

$$\varphi_1 \rightarrow \frac{\pi}{2}; \quad \varphi_2 \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi a}$$

für ∞ langen geraden Leiter

3.3.2 Amperesches Gesetz

$$\oint B dl = \mu_0 \cdot I$$

(im Vakuum)

geschlossene Schleife

allg.

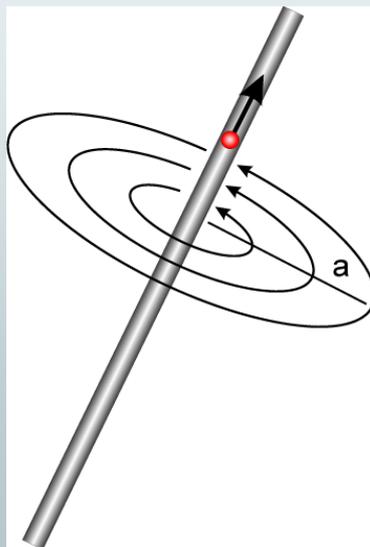
$$\oint H ds = I$$

„magn. Umlaufspannung“

Bei einem geschlossenen Umlauf ist die Wegsumme (Linienintegral) der magnetischen Feldstärke gleich dem umfassten Strom.

3.3.2 Amperesches Gesetz

- Beispiel: Gerader Leiter



$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 \cdot I$$

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi a}$$

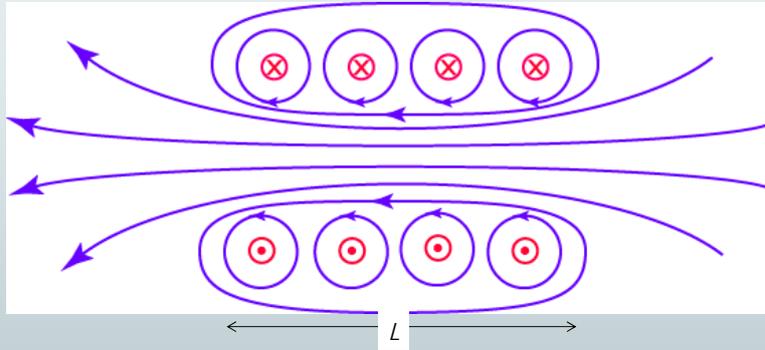
$$H \cdot 2\pi r = I$$

$$H = \frac{I}{2\pi a}$$

→ Feldlinienbild

3.3.2 Amperesches Gesetz

- Beispiel: Lange Spule



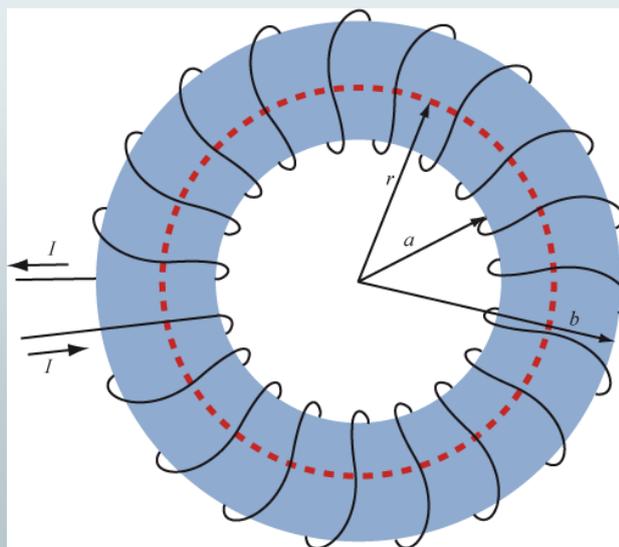
$$B \cdot L + 0 = \mu_0 \cdot N \cdot I$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} \cdot I$$

→ Feldlinienbild

3.3.2 Amperesches Gesetz

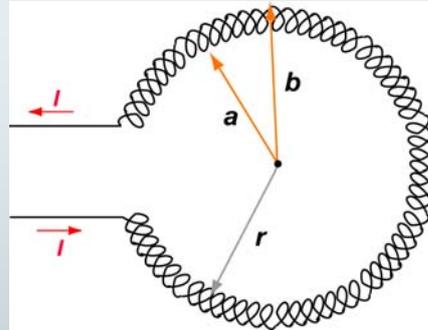
- Toroidspule



→ Feldlinienbild

3.3.2 Amperesches Gesetz

■ Toroidspule



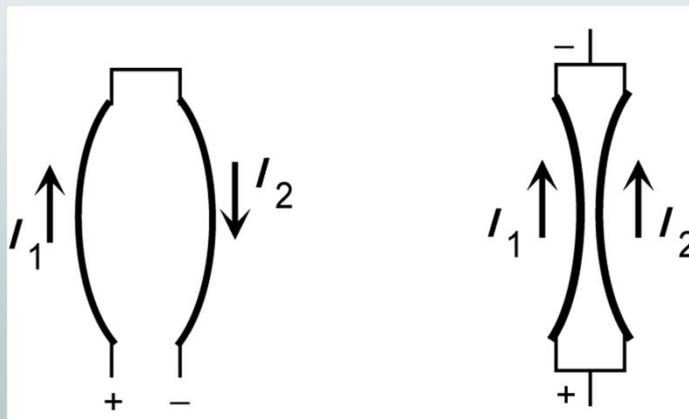
$$a < r < b$$

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 \cdot N \cdot I$$

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{2\pi r}$$

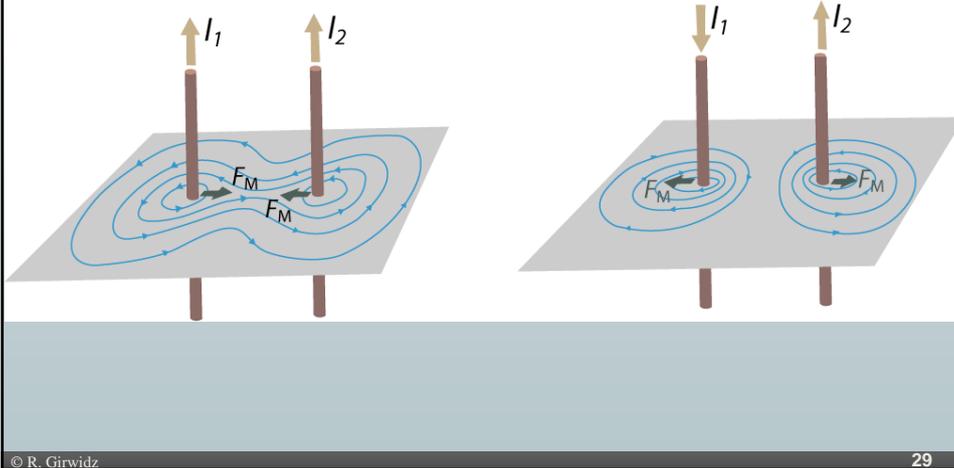
3.3.2 Amperesches Gesetz

■ Definition des Ampere



3.3.2 Amperesches Gesetz

- Definition des Ampere

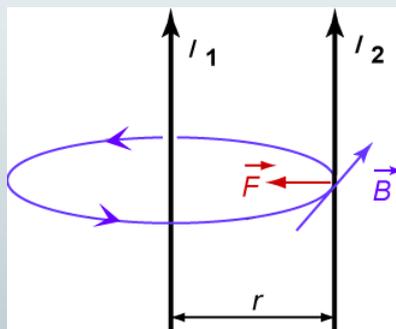


© R. Girwidz

29

3.3.2 Amperesches Gesetz

- Definition der Stromstärke 1 Ampere



$$F_2 = I_2 \cdot \Delta l \cdot B_1$$

$$F_2 = I_2 \cdot \Delta l \cdot \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi r}$$

$$\frac{F_2}{\Delta l} = 2 \cdot \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{r}$$

Eichung: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$

Zwei geradlinige, sehr lange parallele Leiter im Abstand 1 m werden von einem Strom 1 A durchflossen, wenn auf 1 m Leiter eine Kraft von $2 \cdot 10^{-7}$ N wirkt.

© R. Girwidz

30

3.4 Materie im Magnetfeld

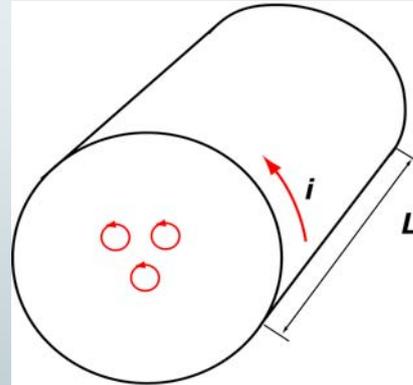
Materie im Magnetfeld

3.4 Materie im Magnetfeld

- **Atomare Kreisströme**
- **Diamagnetismus**
- **Paramagnetismus**
- **Ferromagnetismus**

3.4 Materie im Magnetfeld

Mikroskopische magn. Momente werden durch atomare Kreisströme erzeugt



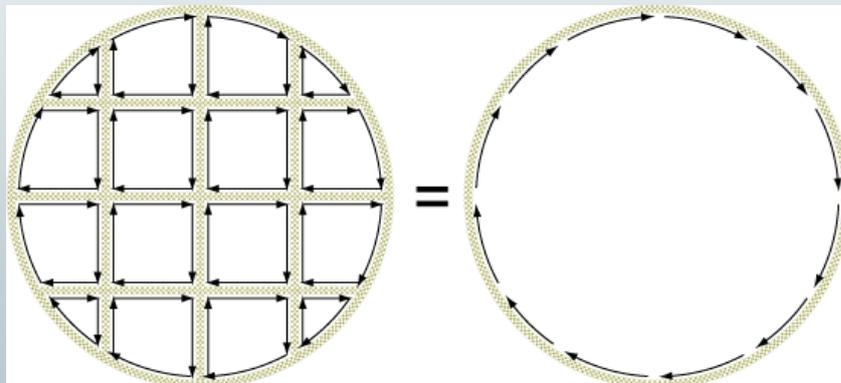
Anschauliche Vorstellungshilfe:

Kreisende Elektronen nach dem bohrschen Atommodell stellen Ringströme dar.

Auch mit dem Elektronenspin ist ein magn. Moment verknüpft, das klassisch nicht zu erklären ist.

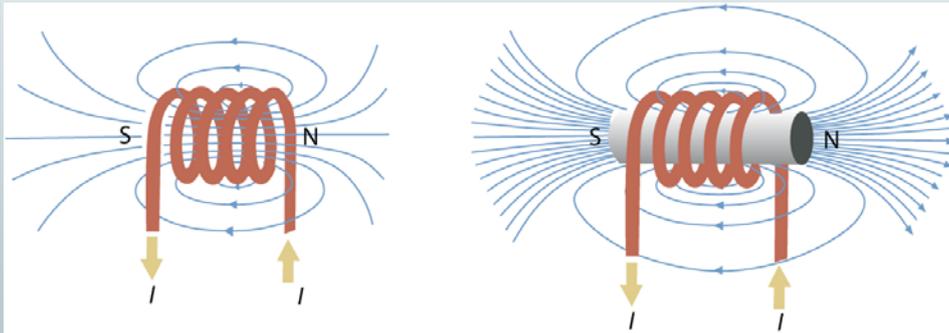
3.4 Materie im Magnetfeld

- ▣ Elementare Kreisströme in Addition



3.4 Materie im Magnetfeld

Stromführende Spule mit und ohne ferromagnetischem Kern

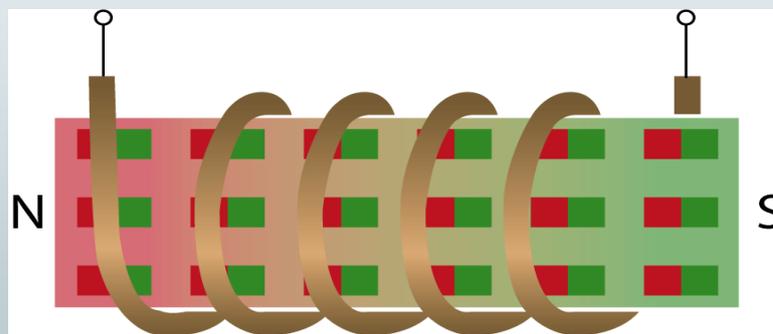


© R. Girwidz

35

3.4 Materie im Magnetfeld

Stromführende Spule mit ferromagnetischem Kern

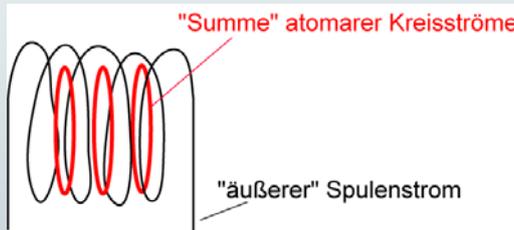


© R. Girwidz

36

3.4 Materie im Magnetfeld

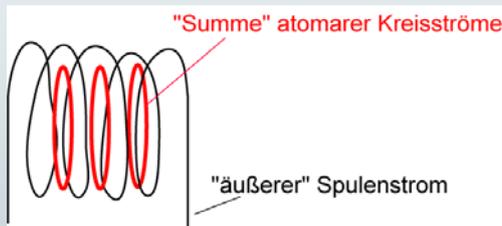
Die magn. Flussdichte resultiert aus makroskopischen und mikroskopischen Anteilen:



$$\vec{B} = \mu_0 \cdot (\vec{H} + \vec{M})$$

3.4 Materie im Magnetfeld

Die magn. Flussdichte resultiert aus makroskopischen und mikroskopischen Anteilen:



$$\vec{B} = \mu_0 \cdot (\vec{H} + \vec{M})$$

$$B = \underbrace{\mu_0 \cdot \frac{N}{L} \cdot I}_H + \mu_0 \cdot M$$

3.4 Materie im Magnetfeld

- ▣ Weitere Beschreibungen - Zusammenhang zwischen B und H:

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot (\vec{H} + \vec{M})$$

M vom äußeren Feld abhängig:

$$M = \chi_m \cdot H$$

← magn. Suszeptibilität

$$B = \mu \cdot H = \mu_0(1 + \chi_m) \cdot H;$$

$$B = \mu \cdot H = \mu_0 \mu_r \cdot H;$$

$$\mu_r = 1 + \chi_m$$

3.4 Materie im Magnetfeld

Den Zusammenhang zwischen Feldstärke H und Magnetisierung M beschreibt die magnetische Suszeptibilität

χ_m :

AL:	$2,3 \cdot 10^{-5}$
Mg:	$1,2 \cdot 10^{-5}$
Ti:	$7,06 \cdot 10^{-5}$
Cu:	$-0,98 \cdot 10^{-5}$
Ag:	$-2,6 \cdot 10^{-5}$
Fe:	5000 – 7000
Permalloy (55% Fe, 45% Ni):	25000

3.4 Materie im Magnetfeld

□ Diamagnetismus

$\chi_m < 0$: „Abschwächung“ des Magn.feldes

Vorstellung: Atomare Kreisströme werden beeinflusst

=> Magnetisierung wirkt dem äußeren Feld entgegen

(siehe Lenzsche Regel)

→ Bi im inhom. Feld

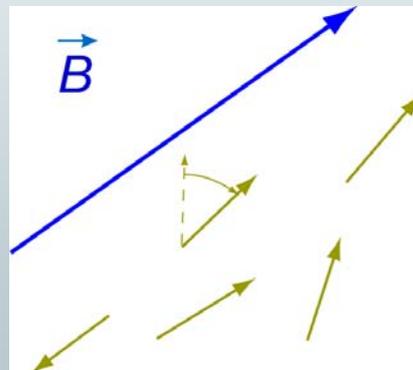
→ Kerzenflamme im inhom. Feld

3.4 Materie im Magnetfeld

□ Paramagnetismus

$\chi_m > 0$: "Verstärkung" des Magnetfeldes

Vorstellung:
Ausrichtung permanenter magn. Dipole



3.4 Materie im Magnetfeld

□ Paramagnetismus

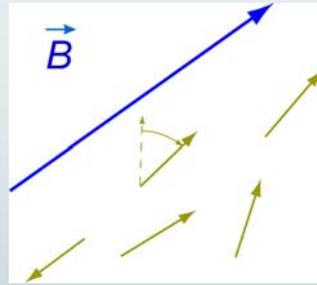
Energiebetrachtung:

$$E_{Pot} = -\vec{p}_m \cdot \vec{B}$$

Analog E-Feld: $(E_{Pot} = -\vec{p}_e \cdot \vec{E})$

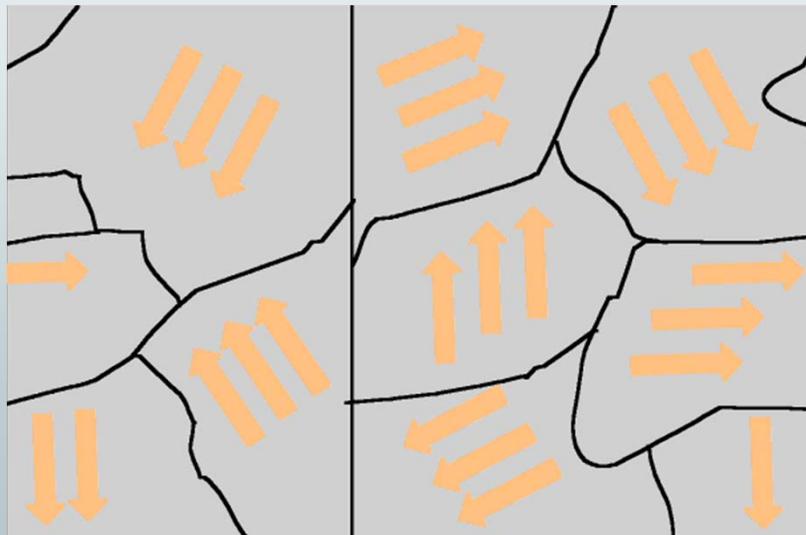
- a) Ausrichtung ist energetisch „günstiger“
- b) Paramagnete werden in ein (inhom.) Feld gezogen - Diamagnete abgestoßen

→ Paramagnetische Stoffe (z. B. Sauerstoff) wird ins Feld hinein gezogen



3.4 Materie im Magnetfeld

□ Magnetische Domänen

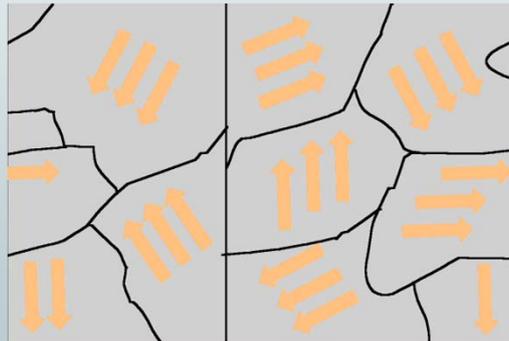


3.4 Materie im Magnetfeld

- Ferromagnetismus

$\chi_m \gg 0$: (≈ 1000) „große Verstärkung“

Vorstellung:
Ausrichtung ganzer Domänen



- Barkhausen-Effekt (akustisch)
- Magnetnadelmodell

3.4 Materie im Magnetfeld

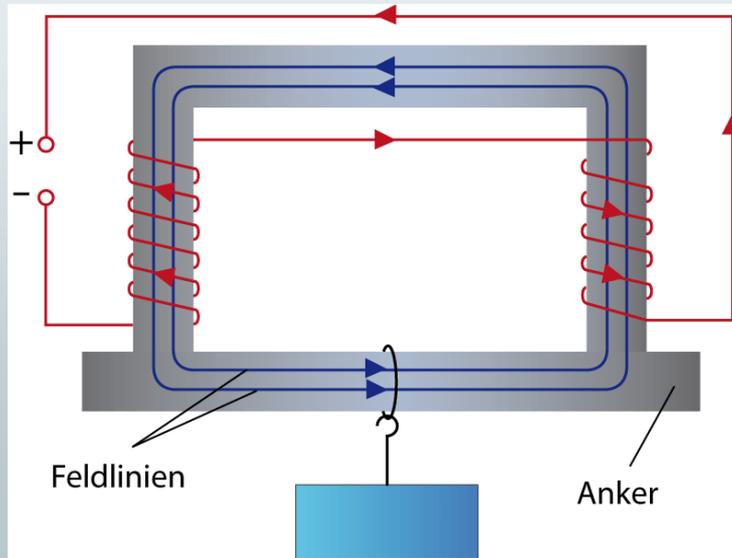
- Ferromagnetismus

Ferromagnetismus geht oberhalb der sog. Curie-Temperatur
(Eisen $T_c \approx 1042 \text{ K} = 730 \text{ °C}$) in Paramagnetismus über

- magnetisierter Nagel wird erhitzt

3.4 Materie im Magnetfeld

- Ferromagnetismus – Fluss bleibt im Material

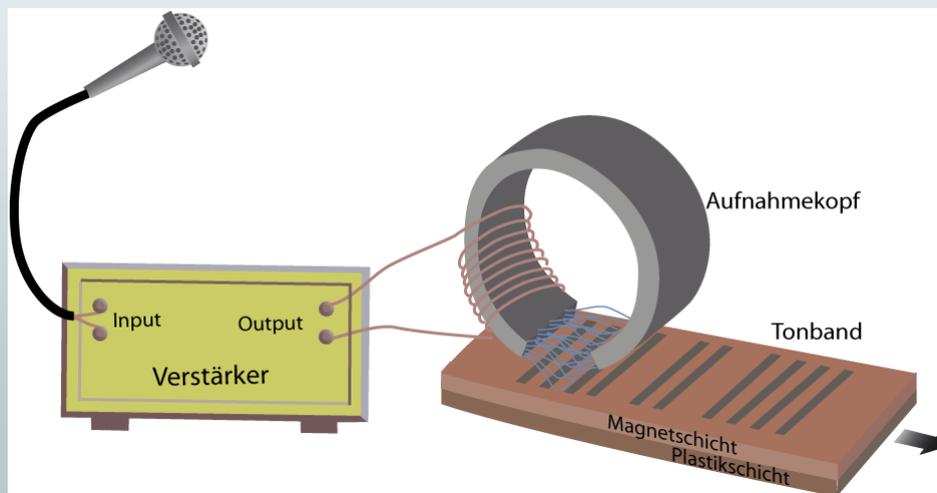


© R. Girwidz

47

3.4 Materie im Magnetfeld

- Tonbandgerät

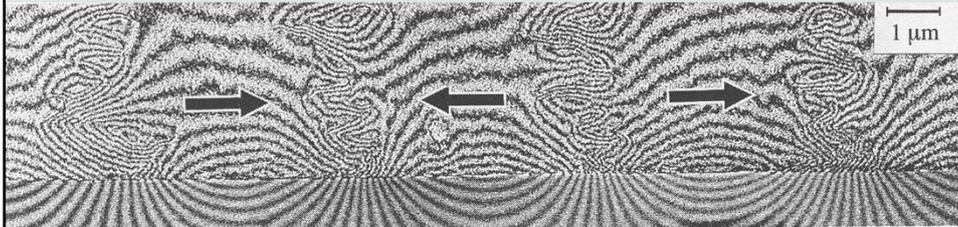


© R. Girwidz

48

3.4 Materie im Magnetfeld

- Magn. Feldlinien auf einem bespielten Tonband

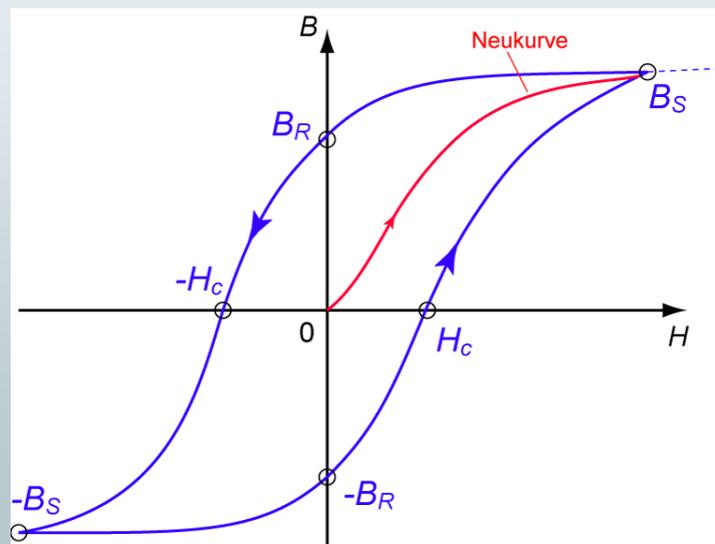


© R. Girwidz

49

3.4 Materie im Magnetfeld

- Hysterese (Magnetisierung ist auch von der "Vorgeschichte" abhängig)

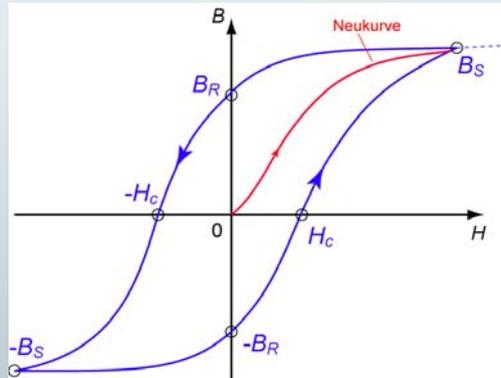


© R. Girwidz

50

3.4 Materie im Magnetfeld

- Hysterese Ummagnetisierung verlangt Energie



! Maßstab:
 $B > 1000 \mu_0 H$

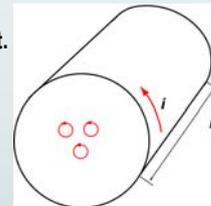
B_R : Remanenzflussdichte; H_C : Koerzitivfeldstärke

magnetisch weiche Stoffe: $0,1 < H_c < 10^3 \text{ A/m}$

magnetisch harte Stoffe: $H_c > 10^4 \text{ A/m}$

3.4 Materie im Magnetfeld

Mikroskopische magn. Momente werden durch atomare Kreisströme erzeugt.



Das magnetische Moment p_m eines Teilchens der Ladung q und der Masse m hängt mit seinem (Bahn-) Drehimpuls zusammen.

$$p_m = \frac{q}{2m} L$$

Das Bohrsche Magneton als quantisierte Größe:

$$\mu_m = \frac{e \hbar}{2 m_e} = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ A m}^2$$

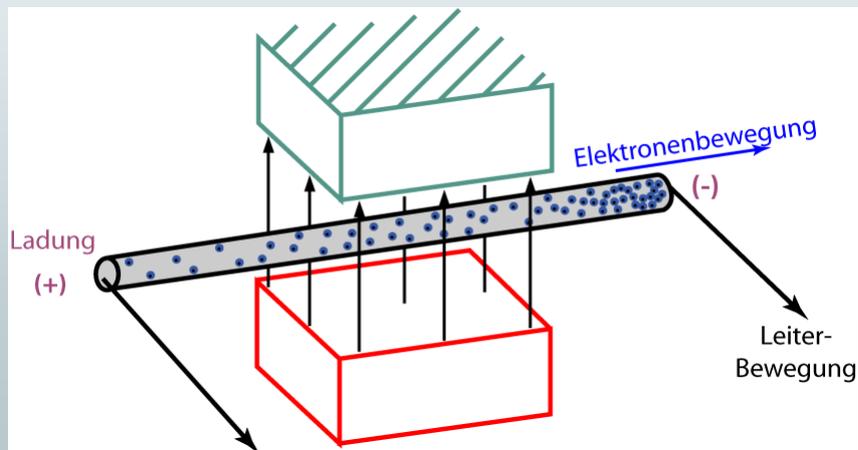
Auch mit dem Elektronenspin ist ein magn. Moment verknüpft, das klassisch nicht zu erklären ist.

3.5 Magnetische Induktion

⇒ Induktion

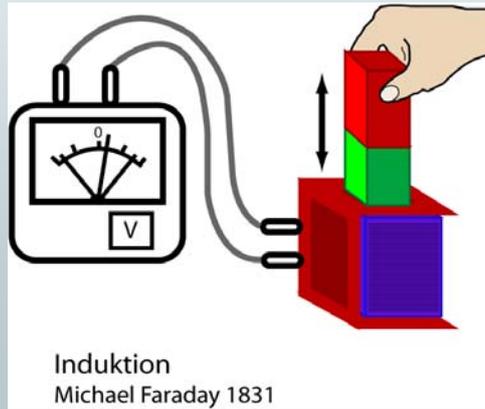
3.5 Magnetische Induktion

■ Induktion



3.5 Magnetische Induktion

■ Induktion

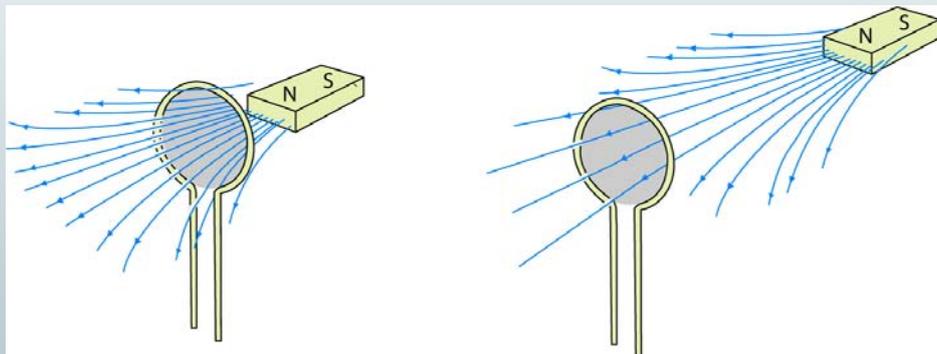


© R. Girwidz

3

3.5 Magnetische Induktion

■ Induktion



© R. Girwidz

4

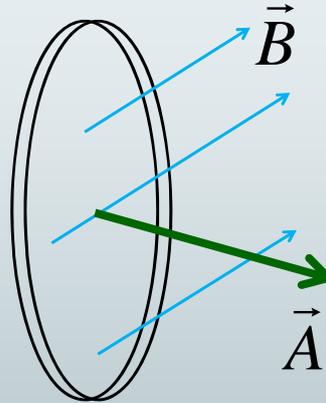
3.5.1 Der magnetische Fluss

[analog zum elektrischen Fluss]

Der magnetische Fluss

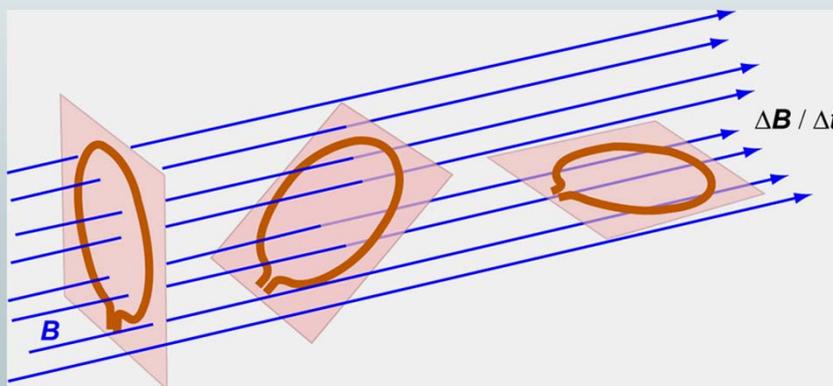
$$\phi_M = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$[\phi_M] = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2 = 1 \text{ Wb}$$



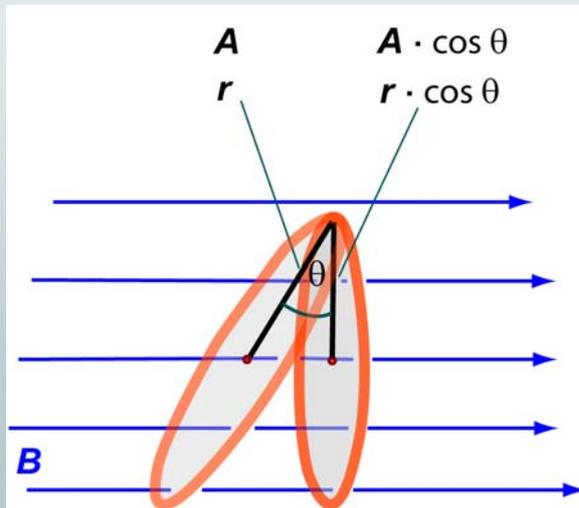
3.5.1 Der magnetische Fluss

Induktion



3.5.1 Der magnetische Fluss

■ Induktion



© R. Girwidz

7

3.5.1 Der magnetische Fluss

Beispiel: Wie groß ist der magnetische Fluss durch eine Spule mit einer Länge von 40 cm, einem Radius von 2,5 cm, 600 Windungen und einer Stromstärke von 7,5 A?

© R. Girwidz

8

3.5.1 Der magnetische Fluss

Beispiel: **Wie groß ist der magnetische Fluss durch eine Spule mit einer Länge von 40 cm, einem Radius von 2,5 cm, 600 Windungen und einer Stromstärke von 7,5 A?**

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I ;$$
$$= (4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \frac{\text{m}}{\text{A}}) \cdot (600 / 0,40 \text{ m}) \cdot 7,5 \text{ A} = 1,41 \cdot 10^{-2} \text{ T};$$

Da das Magnetfeld über der Spulenfläche konstant ist, ergibt sich für den magnetischen Fluss

$$\phi_m = NBA = 600 \cdot 1,41 \cdot 10^{-2} \text{ T} \cdot \pi \cdot (0,025 \text{ m})^2 = 1,66 \cdot 10^{-2} \text{ Wb}.$$

$$\phi_m \propto N^2 \quad (!)$$

Hierbei ist interessant, dass der magnetische Fluss proportional zu N^2 ist, also dem Quadrat der Windungszahl der Spule.

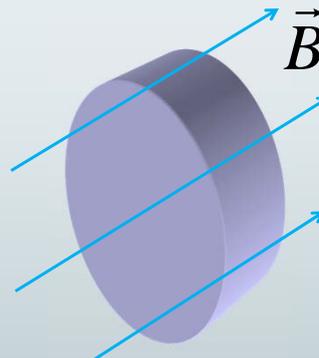
Das gilt wegen $\Phi_m = NBA$ und weil B schon proportional zur Windungszahl N ist.

3.5.1 Der magnetische Fluss

[analog zum elektrischen Fluss]

„Gaußsches Gesetz des Magnetismus“:

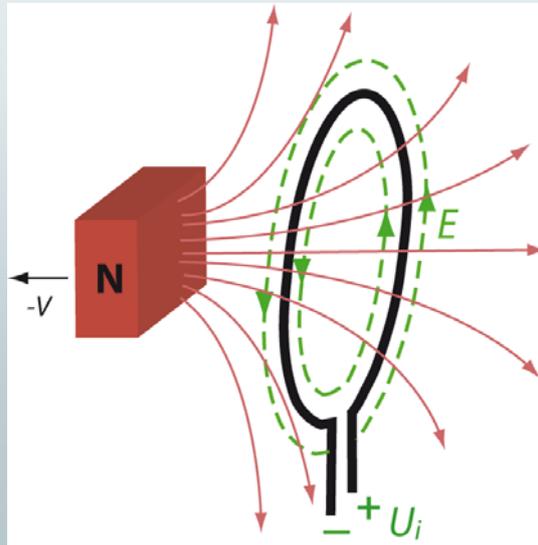
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$



(Es gibt keine magnetischen Quellen und Senken;
 B -Feldlinien sind letztlich immer geschlossen)

3.5.2 Induktionsgesetz

■ Induktionsgesetz



© R. Girwidz

11

3.5.2 Induktionsgesetz

Experimentell: Immer wenn sich das Magnetfeld einer Spule ändert, wird an den Enden der Spule eine Spannung induziert.

$$U_{ind} = -\dot{\phi} = -\frac{d\phi}{dt}$$

"Die Induktionsspannung ist proportional zur Flussänderung."

© R. Girwidz

12

3.5.2 Induktionsgesetz

Experimentell: Immer wenn sich das Magnetfeld einer Spule ändert, wird an den Enden der Spule eine Spannung induziert.

$$U_{ind} = -\dot{\phi} = -\frac{d\phi}{dt}$$

$$\oint \vec{E} d\vec{s} = -\frac{d\phi}{dt} \cdot N$$

bei Spule mit N Windungen

Flussänderung durch
-Änderung von \vec{B}
-Änderung von \vec{A}

3.5.2 Induktionsgesetz

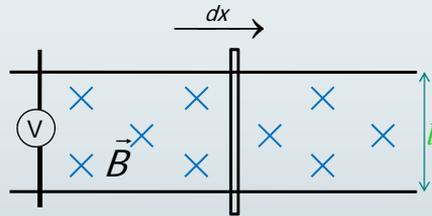
Exkurs zur Mathematik

$$\phi = \phi(A, B)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = A \frac{dB}{dt} + B \frac{dA}{dt}$$

⇒ zwei Möglichkeiten : A oder B ändern

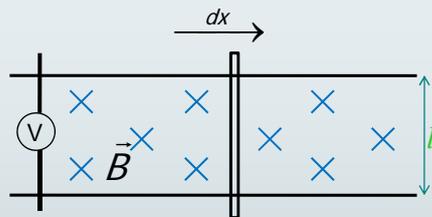
3.5.2 Induktionsgesetz



$$\phi_M = B \cdot A = B \cdot l \cdot x$$

Leiterschaukel
Schleife in Helmholtzspulen

3.5.2 Induktionsgesetz

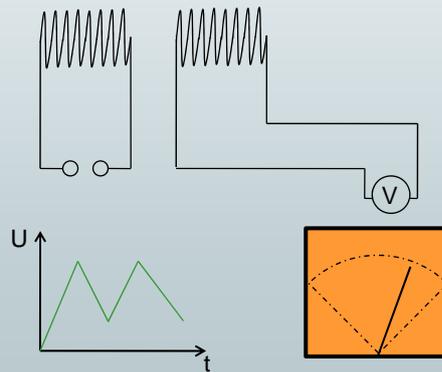


$$\phi_M = B \cdot A = B \cdot l \cdot x$$

$$U = -\frac{d}{dt}\phi_M = -B \cdot l \cdot \frac{dx}{dt} = -B \cdot l \cdot v$$

3.5.2 Induktionsgesetz

- a) Magnet vor Spule
- b) Spule vor Spule



© R. Girwidz

17

3.5.2 Induktionsgesetz

Beispiel: **Eine Spule mit 80 Windungen habe einen Radius von 5,0 cm und einen Widerstand von 30 Ω . Mit welcher Geschwindigkeit muss sich ein senkrecht zur Spule stehendes Magnetfeld ändern, damit in der Spule ein Strom der Stärke 4,0A induziert wird?**

© R. Girwidz

18

3.5.2 Induktionsgesetz

Beispiel: **Eine Spule mit 80 Windungen habe einen Radius von 5,0 cm und einen Widerstand von 30 Ω. Mit welcher Geschwindigkeit muss sich ein senkrecht zur Spule stehendes Magnetfeld ändern, damit in der Spule ein Strom der Stärke 4,0 A induziert wird?**

Die Induktionsspannung muss dem Spannungsabfall über dem Widerstand gleich sein:

$$U = I \cdot R = 4,0 \text{ A} \cdot 30 \Omega = 120 \text{ V}$$

Die Spulenebene steht senkrecht zum Magnetfeld, daher ergibt sich für den Fluss:

$$\phi_m = NBA = NB\pi \cdot r^2$$

Gemäß dem Faradayschen Gesetz ist die Änderung dieses Flusses pro Zeiteinheit gleich der Induktionsspannung:

$$U = 120 \text{ V} = \frac{d\phi_m}{dt} = N\pi \cdot r^2 \frac{dB}{dt}$$
$$\frac{dB}{dt} = \frac{120 \text{ V}}{80 \cdot \pi \cdot (0,05 \text{ m})^2} = 191 \text{ T/s}$$

3.5.2 Induktionsgesetz

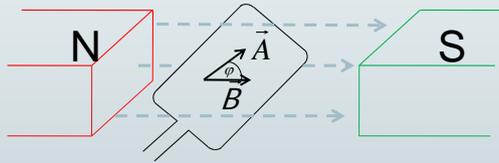
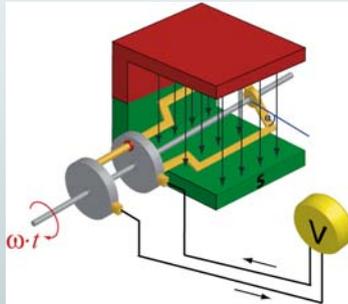
Beispiel: Eisenbahnwagen mit Magnet durch Spule

- V Leiterschaukel
- V Helmholtz-Spulen mit Schleife aus Stativstangen

3.5.3 Generator

Generator:

Eine Spule wird im Magnetfeld gedreht.



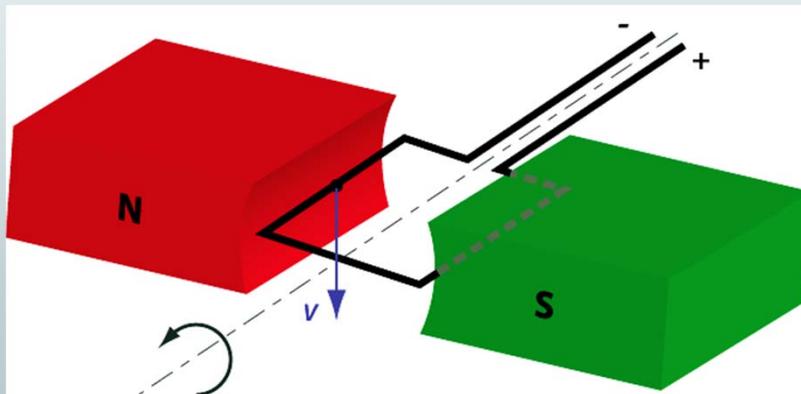
$$\phi_m = N \cdot B \cdot A \cdot \cos \varphi = N \cdot B \cdot A \cdot \cos(\omega t + \delta)$$

$$\varphi = \omega t + \delta$$

$$U_i = -\dot{\phi}_m = \underbrace{N \cdot B \cdot A \cdot \omega}_{U_{\max}} \cdot \sin(\omega t + \delta)$$

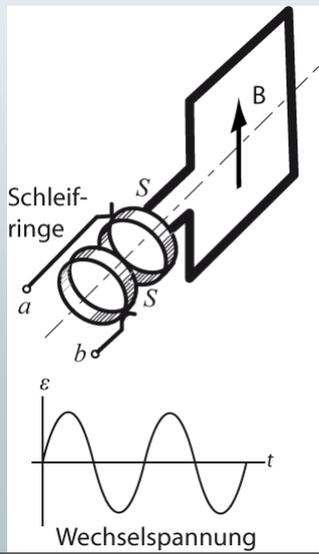
3.5.3 Generator

Induktion



3.5.3 Generator

Induktion

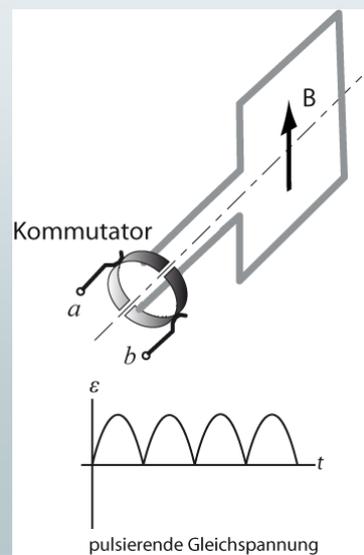
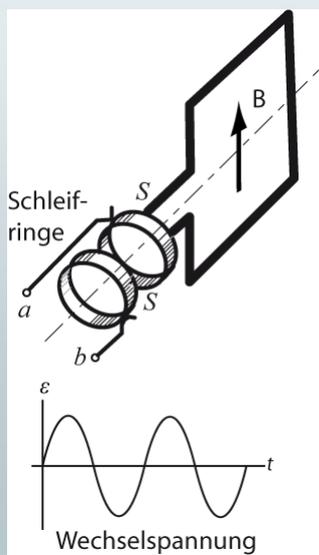


© R. Girwidz

23

3.5.3 Generator

Induktion



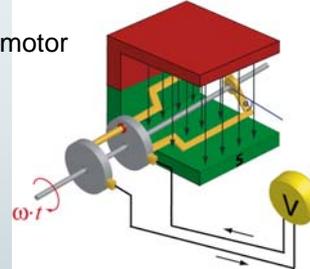
© R. Girwidz

24

3.5.3 Generator

„Umkehrung“ – Elektromotor

Generatöraufbau läuft auch prinzipiell als Elektromotor



Auf die senkrecht zum Magnetfeld laufenden Leiterstücke der Länge l wirkt die Lorentzkraft

$$\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$$

$$F = I \cdot l \cdot B$$

=> Drehmoment auf Spule mit N Windungen und Radius R

$$M = N \cdot 2 \cdot F \cdot R$$

$$M = N \cdot A \cdot I \cdot B$$

3.5.3 Generator

■ Induktion, Generator



3.5.3 Generator

Beispiel: Eine kleine Spule mit N Windungen stehe senkrecht zu einem homogenen Magnetfeld B . Die Spule sei mit einem Integrierglied verbunden, das die Gesamtladung misst, die während eines bestimmten Zeitraumes fließt. Welche Ladung fließt durch die Spule, wenn sie um 180° im Magnetfeld gedreht wird (Drehachse senkrecht zum Magnetfeld)?

3.5.3 Generator

Die Spule (Querschnittsfläche A mit N Windungen) wird vom magnetischen Fluss durchsetzt:

$$\phi_m = NBA$$

Wird die Spule um 180° gedreht, kehrt sich der Fluss um NBA , so dass er sich insgesamt um $2NBA$ ändert.

Während der Drehung wird durch den sich ändernden Fluss eine Spannung induziert, und in der Spule fließt ein Strom.

Die Stromstärke beträgt bei einem Widerstand R :

$$I = \frac{U}{R} = \frac{1}{R} \frac{d\phi_m}{dt},$$

Durch die Spule fließt insgesamt die Ladung:

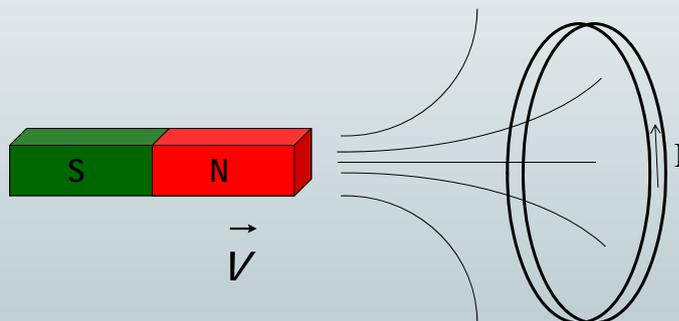
$$\begin{aligned} Q &= \int Idt = \frac{1}{R} \int d\phi_m \\ &= \frac{\Delta\phi_m}{R} = \frac{2NBA}{R} \end{aligned}$$

3.5.4 Die Lenzsche Regel

- Die Lenz'sche Regel

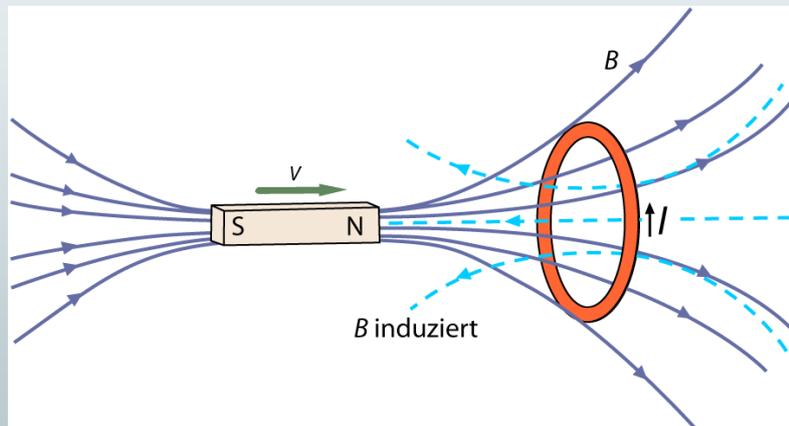
3.5.4 Die Lenzsche Regel

Die Induktionsspannung und der Strom, den sie hervorruft, sind stets so gerichtet, dass sie ihrer Ursache entgegen wirken.



3.5.4 Die Lenzsche Regel

Die Induktionsspannung und der Strom, den sie hervorruft, sind stets so gerichtet, dass sie ihrer Ursache entgegen wirken.



Die Lenzsche Regel folgt bereits aus dem Energieerhaltungssatz.

3.5.4 Die Lenzsche Regel

Durch Flussänderung entstehen im Innern von Metallstücken Kreisströme. Sie wirken gegen die Flussänderung.

2 Arten von Anwendungen

- Wirbelstrombremse
- „Wirbelstrommotor“ (z.B. "Stromzähler")

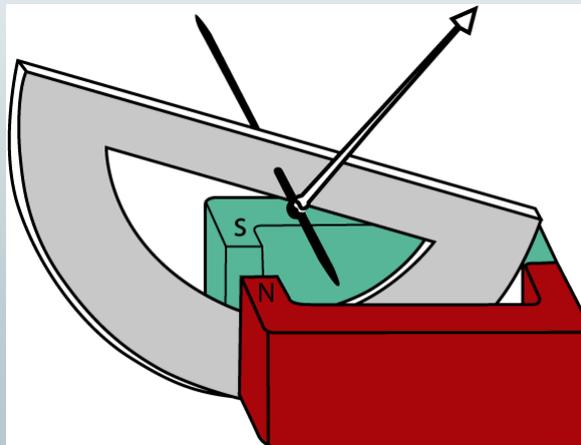


3.5.4 Die Lenzsche Regel

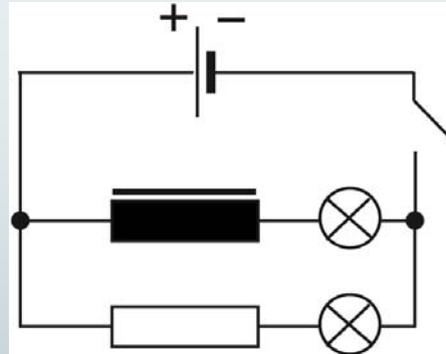
Zur Veränderung von Wirbelströmen sind Eisenkerne durch isolierte Blechstreifen aufgebaut.

3.5.4 Die Lenzsche Regel

- Wirbelstrombremse für ein Messgerät



3.5.5 Induktivität



Versuche zu Ein- und Ausschaltvorgängen an Spule zeigen:

Stromänderung in einer Spule führt zur Flussänderung und entsprechend der Lenzschen Regel zu einer Gegenspannung, die der Stromänderung entgegenwirkt.

3.5.5 Induktivität

Quantifizierung
(Zusammenhang zwischen Stromstärke und Fluss):

$$\phi_m = L \cdot I$$

L : Induktivität (Selbstinduktivität)

Die Induktivität / Selbstinduktivität beschreibt den Zusammenhang zwischen dem elektrischen Strom und dem magn. Fluss einer Anordnung.

3.5.5 Induktivität

z.B. Induktivität einer Zylinderspule:

3.5.5 Induktivität

z.B. Induktivität einer Zylinderspule:

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N}{\ell} \cdot I$$

$$\phi = N \cdot A \cdot B = \mu_r \mu_0 \frac{N^2}{\ell} \cdot A \cdot I$$

$$\Rightarrow L_{\text{Spule}} = \mu_r \mu_0 \frac{N^2}{\ell} \cdot A$$

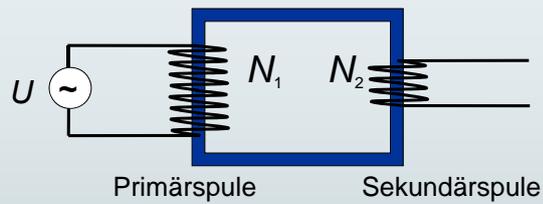
3.5.5 Induktivität

Selbstinduktionsspannung:

$$U = -\dot{\phi} = -L \frac{dI}{dt}$$

Erfasst „Geometrie“
und „Materialfaktor“

3.5.6 Transformator



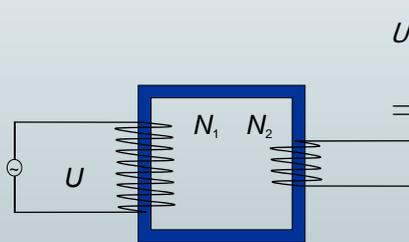
Experimentell:

Spannung bzw. Stromstärke sind durch das Verhältnis
der Windungszahlen bestimmt.

3.5.6 Transformator

Idealisierung:

Der magnetische Fluss von N_1 wird über den Eisenkern praktisch vollständig durch N_2 geführt.



$$U_1 = -U_{L_1} = N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

$$\Rightarrow U_2 = -N_2 \cdot \frac{d\phi}{dt}$$

(„reine induktive Last“,
d.h. auch kein ohmscher
Widerstand)

$$U_2 = -\frac{N_2}{N_1} \cdot U_1$$

Sekundärkreis unbelastet

3.5.6 Transformator

Belasteter Trafo

(keine Wärmeverluste im Eisenkern, aber Stromfluss im Sekundärkreis)

$$P_1 = P_2$$

$$U_{1\text{eff}} I_{1\text{eff}} = U_{2\text{eff}} I_{2\text{eff}}$$

Näherung: $\frac{U_2}{U_1} = -\frac{N_2}{N_1}$

$$\frac{I_1}{I_2} = -\frac{N_2}{N_1}$$

oder $I_1 N_1 = -I_2 N_2$

Phasenverschiebung

3.5.6 Transformator

Belasteter Trafo
(anderer Ansatz)

$$\Delta\phi = 0 \quad (\text{kein zusätzlicher Fluss – festgelegt durch } U_1)$$

$$0 = \frac{L_1 \Delta I_1}{N_1} + \frac{L_2 \Delta I_2}{N_2}$$

$$\Delta I_1 = -\frac{L_2}{L_1} \cdot \frac{N_2}{N_1} \cdot \Delta I_2$$

$$\Delta I_1 = \frac{N_2}{N_1} \cdot \Delta I_2$$

3.5.6 Transformator

Gegeninduktivität (Grundidee)

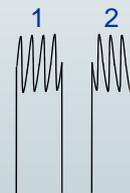
Die Gegeninduktivität L_{12} beschreibt das Maß der „Felddurchsetzung“ in Spule 2, verursacht durch Spule 1.

Zwei Stromkreise nah beieinander.

$$\phi_2 = L_2 I_2 + L_{12} I_1$$

Selbstinduktivität

Gegeninduktivität

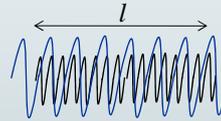


3.5.6 Transformator

Bestimmung der Gegeninduktivität

Spulen eng beieinander/ineinander
=> Gesamtfluss von 1 geht durch 2

$$\phi_2 = L_1 I_1 + L_{21} I_2$$



$$B_1 = \mu_0 \cdot \frac{N_1}{L_1} I_1$$

Fluss von Spule 1 durch 2

$$\Rightarrow \phi_{2(1)} = N_2 B_1 A_1$$

$$= \mu_0 N_2 \frac{N_1}{l} I_1 \cdot (\pi \cdot r_1^2)$$

$$\Rightarrow L_{12} = \mu_0 N_1 N_2 \frac{\pi \cdot r_1^2}{l}$$

3.5.6 Transformator

umgekehrt

$$B_2 = \mu_0 \cdot \frac{N_2}{L_2} I_2$$

Fluss von Spule 2 durch 1

$$\Rightarrow \phi_{1(2)} = N_1 B_2 A_2$$

$$= \mu_0 N_1 \frac{N_2}{l} I_2 \cdot (\pi \cdot r_1^2)$$

$$\Rightarrow L_{21} = \mu_0 N_1 N_2 \frac{\pi \cdot r_1^2}{l}$$

Allgemein: $L_{12} = L_{21}$

3.5.7 Energie des Magnetfeldes

"Erinnerung" an das E-Feld:

E-Feld/Kondensator:
$$W = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{U}$$

Energiedichte:
$$W_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 \cdot E^2 \stackrel{\text{allg.}}{=} \frac{1}{2} D \cdot E$$

3.5.7 Energie des Magnetfeldes

Magnetfeld:

$$U_0 = IR + L \frac{dI}{dt}$$

$$\underbrace{U_0 \cdot I}_{\text{Batterie-}} = \underbrace{I^2 \cdot R}_{\text{Wärmeverlust}} + \underbrace{L \cdot I \cdot \frac{dI}{dt}}_{\text{Zunahme der Feld-}} \\ \text{leistung} \qquad \qquad \qquad \text{energie pro Zeit-} \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \text{einheit}$$

Feldenergie:

$$W_m = \int_0^{I_e} L \cdot I \frac{dI}{dt} \cdot dt$$

$$W_m = \frac{1}{2} L \cdot I^2$$

3.5.7 Energie des Magnetfeldes

$$W_m = \frac{1}{2} L \cdot I^2$$

mit $H = \frac{N}{l} \cdot I$

$$\Rightarrow I = \frac{H \cdot l}{N}$$

$$L = \mu_r \mu_0 \frac{N^2}{l} \cdot A$$

$$W_m = \frac{1}{2} \mu_r \mu_0 \frac{N^2}{l} \cdot A \cdot \frac{H^2 \cdot l^2}{N^2}$$

$$= \frac{1}{2} \mu_r \mu_0 \cdot H \cdot H \cdot A \cdot l$$

$$W_m = \frac{1}{2} \cdot B \cdot H \cdot V$$

Energiedichte des Magnetfeldes



$$w_m = \frac{1}{2} \cdot B \cdot H$$

3.5.7 Energie des Magnetfeldes

Energiedichte des Magnetfeldes:



$$w_m = \frac{1}{2} \cdot B \cdot H$$

Energiedichte des E-Feldes:

$$w_{el} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot E$$

3.5.7 Energie des Magnetfeldes

Abschätzung der Größenordnungen (Energie im Volumen 1 Liter):



$$E = 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}};$$

$$W_{el} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \cdot E^2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$
$$= \left(\frac{1}{2} \cdot 8,9 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{10} \cdot 10^{-3} \right)$$

$$W_{el} = 4,5 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

$$B = 1 \text{ T};$$

$$W_{mag} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} \approx 400 \text{ J}$$

el. Batterie:

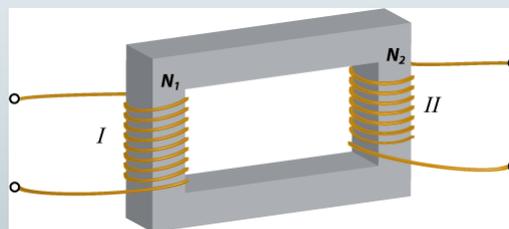
$$W_{Batt} \approx 100 \text{ Wh}$$

Öl (1Liter):

$$W_{chem} \approx 36 \text{ MJ} = 10 \text{ kWh}$$

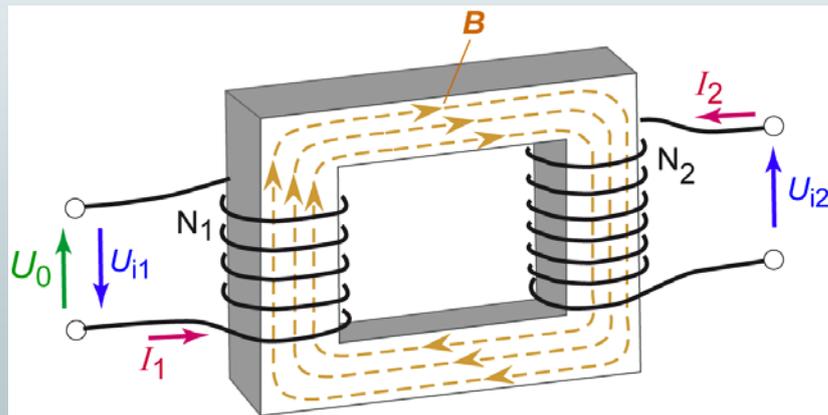
3.5 Magnetische Induktion

■ Transformator



3.5 Magnetische Induktion

▣ Transformator

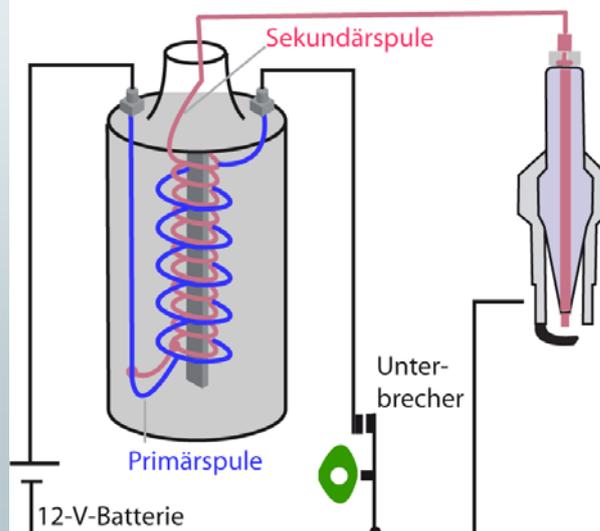


© R. Girwidz

53

3.5 Magnetische Induktion

Zündspule



© R. Girwidz

54