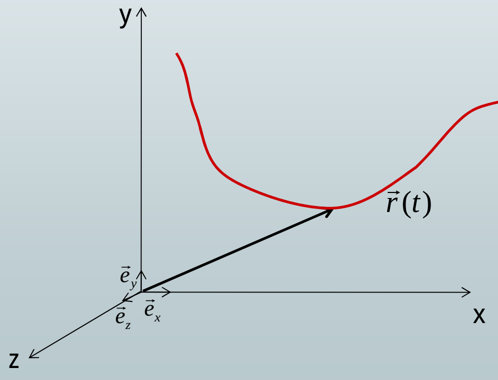
1.0 Intention

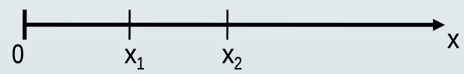
Ort, Geschwindigkeit und Beschleunigung eines Körpers
zu jedem Zeitpunkt beschreiben.



Ortsvektor: $\vec{r}(t)$

1.1 Eindimensionale, geradlinige Bewegung

Eindimensionales Koordinatensystem:



> Versuch:
> Rotierende Dose mit Markierungspunkt

> Versuch:
> Ball vor Tafel hochwerfen
> - Im Stehen
> - Im Gehen

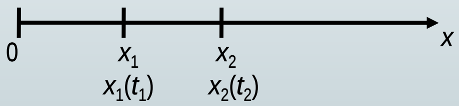
Vereinfachend erfolgt zunächst die Betrachtung:

- von Massenpunkten (ausgedehnte Körper später)
- in Inertialsystemen (erst später auch ein rotierendes Bezugssystem)

1.1.1 Durchschnittsgeschwindigkeit / mittlere Geschwindigkeit

- Versuch: Eisenbahn
  - Positionsmarken setzen
  - Metronom für Zeittakt

Geschwindigkeitsmessung:



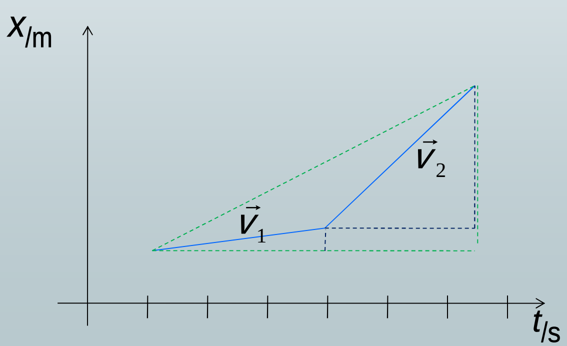
$$v := \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}$$

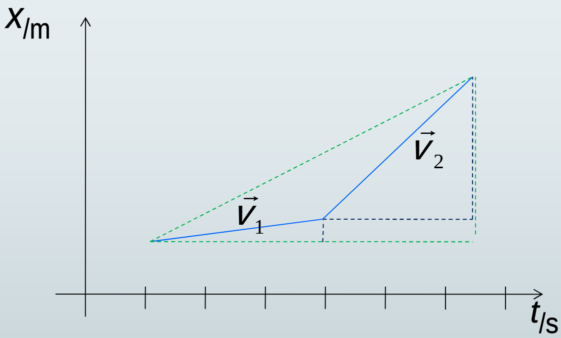
$$\text{Mittlere Geschwindigkeit} = \frac{\text{Wegstrecke}}{\text{Zeitintervall}}$$

Daten aus dem Experiment in eine Wertetabelle aufnehmen:

x/m						
t/s						

Grafische Darstellung im Zeit-Weg-Diagramm – *x*(t)-Diagramm





$v_1 =$

$v_2 =$

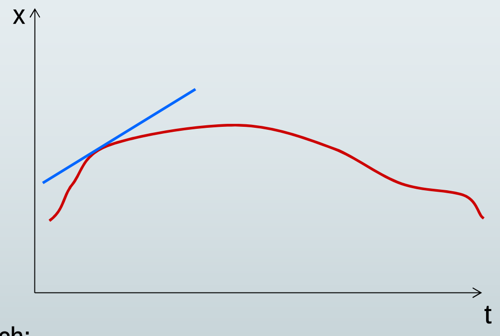
$v_{Ges} =$

Die Geschwindigkeit ist an der Steigung des Graphen im *x*(*t*)-Diagramm ablesbar.

Weitere Möglichkeiten die Bewegungsabläufe zu registrieren

- Stroboskopaufnahme
- Film
- Markierungsstreifen

1.1.2 Die Momentangeschwindigkeit



Rechnerisch:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

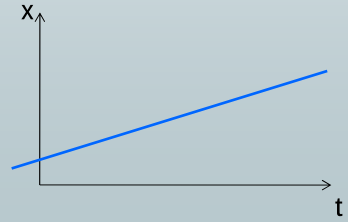
Graphisch:

Die Momentangeschwindigkeit zu einem bestimmten Zeitpunkt zeigt sich als die Steigung der Tangente an der $x(t)$-Kurve zu diesem Zeitpunkt.

Exkurs: Ableitung einer Potenzfunktion

$$x(t) = c \cdot t^n$$

Beispiel:



Exkurs: Ableitung einer Potenzfunktion

$$x(t) = c \cdot t^n$$

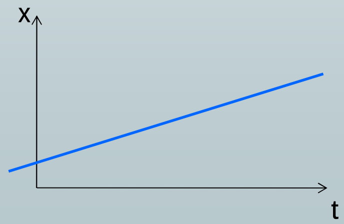
$$\dot{x} = \frac{d\,x(t)}{dt}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(c \cdot t^n\right) = c \cdot \frac{d}{dt}\left(t^n\right) = c \cdot n \cdot t^{n-1}$$

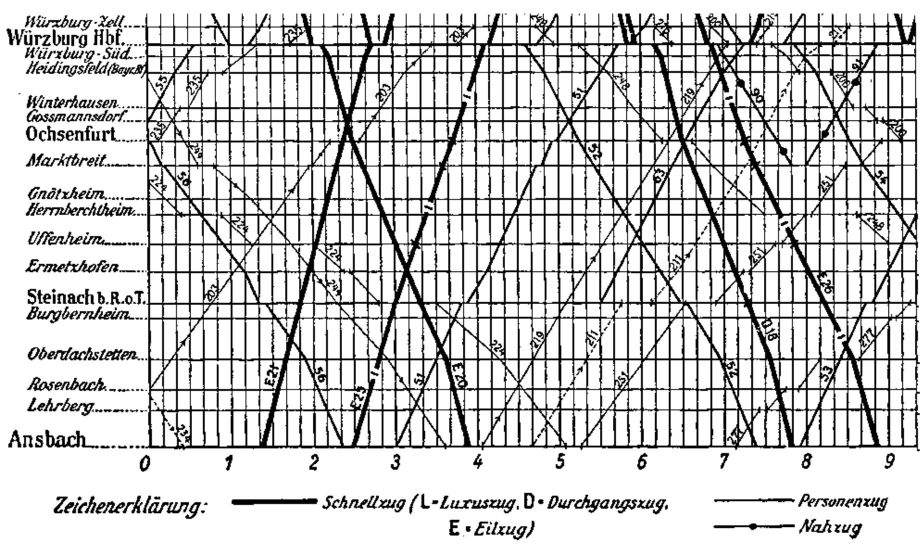
Beispiel:

$$x(t) = b \cdot t^n + c$$

$$v = \dot{x} = b$$

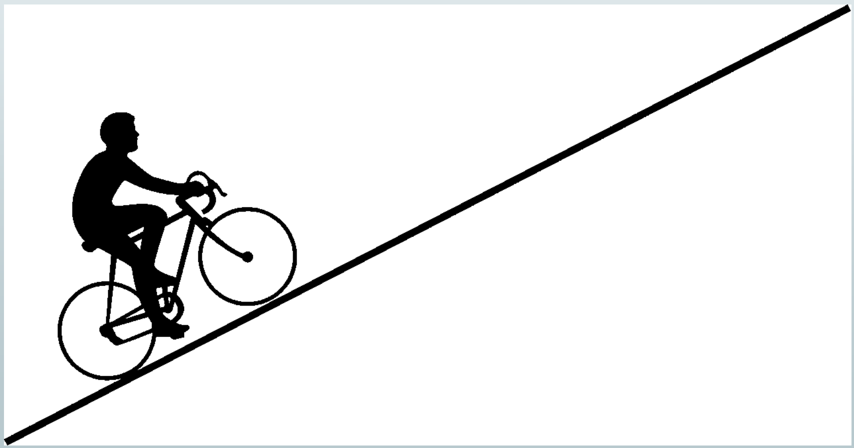


WÜRZBURG - ANSBACH



Aufgabe: Durchschnittsgeschwindigkeit

Ein Radfahrer fährt mit einer Geschwindigkeit von 15 km h^{-1} den Berg hinauf. Wie schnell muss er dieselbe Strecke zurückfahren, um insgesamt die doppelte Durchschnittsgeschwindigkeit, also 30 km h^{-1}, zu erreichen?



Aufgabe: Waldi

Förster Knalle und sein Dackel Waldi gehen nach der Pirsch zurück zum Forsthaus. 100 m vor dem Haus führt der Weg aus dem Wald heraus auf eine freie Wiese. Waldi, der das Haus sieht, rennt vor bis zur Tür, dann jedoch, von Pflichtgefühl getrieben, zurück zu seinem Herrchen, wieder zur Tür und zurück usw., bis der Förster die Tür erreicht.
Wie weit ist Waldi insgesamt gelaufen, wenn er viermal so schnell läuft wie der Förster geht?

Aufgabe: Flussreise

Ein Lastkahn fährt zwischen zwei Flusshäfen die 100 km auseinander liegen hin und her. Er benötigt flussaufwärts 10 Stunden, flussabwärts nur 4 Stunden. Berechnen Sie die Strömungsgeschwindigkeit des Flusses und die Eigengeschwindigkeit des Bootes.

Aufgabe: Flussreise

Ein Lastkahn fährt zwischen zwei Flusshäfen die 100 km auseinander liegen hin und her. Er benötigt flussaufwärts 10 Stunden, flussabwärts nur 4 Stunden. Berechnen Sie die Strömungsgeschwindigkeit des Flusses und die Eigengeschwindigkeit des Bootes.

Aufgabe: Flussreise

Ein Lastkahn fährt zwischen zwei Flusshäfen die 100 km auseinander liegen hin und her. Er benötigt flussaufwärts 10 Stunden, flussabwärts nur 4 Stunden. Berechnen Sie die Strömungsgeschwindigkeit des Flusses und die Eigengeschwindigkeit des Bootes.

$$v_B = 17{,}5 \text{ km h}^{-1}$$

$$v_F = \frac{L}{2}\,\frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{\Delta t_1\,\Delta t_2} = 7{,}5 \text{ km h}^{-1}$$

1.2.3 Die Beschleunigung (Maß für die zeitliche Änderung der Geschwindigkeit)

Mittlere Beschleunigung: (Geschwindigkeitsänderung / Zeitintervall)

Momentanbeschleunigung:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{d}{dt} v(t) = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \ddot{x}$$

Beispiel: $v = \dot{x} = 3ct^2$

$a = \dot{v} = 6ct$

Zusammenhänge zwischen *x*,*v* und *a*

- Schiefe Ebene
- beliebige Bewegung

Wie lässt sich von der Beschleunigung *a* auf die Geschw. *v* schließen?

Bekannt:
$$\frac{dv}{dt} = a$$

"Umkehrung" der Differentiation nötig.

Exkurs: Integration einer Potenzfunktion

$$F(x) = \int f(x)dx \; ;$$

Stammfunktion

Exkurs: Integration einer Potenzfunktion

$$F(x) = \int f(x)dx\,;$$

Stammfunktion

$$F(x) = \int (u \cdot x^n)\,\mathrm{d}x$$

$$= u \cdot \int x^n\,\mathrm{d}x$$

$$= u \cdot \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

Integrationskonstante "enthält" Anfangsbedingungen

Bewegung mit konstanter Beschleunigung

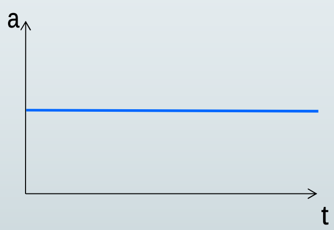
$$a = \mathrm{konst}$$

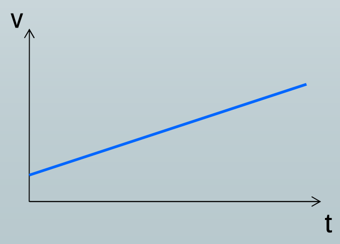
$$\Delta v = \int_0^t a\,dt^*$$

$$= a \cdot t$$

$$v - v_0 = a \cdot t$$

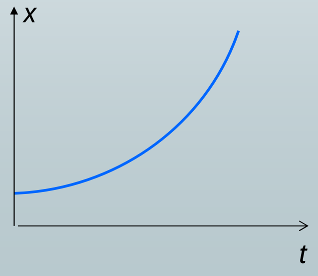
$$\boxed{v = a \cdot t + v_0}$$





Bewegung mit konstanter Beschleunigung

$$\boxed{x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 \cdot t + x_0}$$



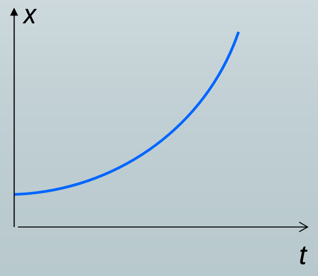
Bewegung mit konstanter Beschleunigung

$$\Delta x = \int_0^t v dt^*$$

$$= \frac{1}{2}at^2 + v_0 \cdot t$$

$$x - x_0 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 \cdot t$$

$$\boxed{x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 \cdot t + x_0}$$



Fahrbahn

	x_0	$4x_0$	$9x_0$
$x-x_0$	10	40	90
Δt			
$\vec{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$	v_0	$2v_0$	$3v_0$

Zusammenhang zwischen *v* und *x*

Einfacher Fall: $x_0 = 0$; (d.h. Start vom Ursprung)
$v_0 = 0$; (d.h. Bewegung aus dem Stand)

$$\boxed{v^2 = 2\,a\,x}$$

Allgemein: $\boxed{v^2 - v_0^2 = 2ax}$

Zusammenhang zwischen v und x

Einfacher Fall: $x_0 = 0$; (d.h. Start vom Ursprung)

$v_0 = 0$; (d.h. Bewegung aus dem Stand)

$$\left.\begin{array}{l} v = a \cdot t \\ x = \frac{1}{2} a t^2 \end{array}\right\} \qquad t = \frac{v}{a}; \quad x = \frac{1}{2} a \frac{v^2}{a^2}$$

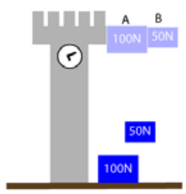
$$\boxed{v^2 = 2\,a\,x}$$

Allgemein: $\boxed{v^2 - v_0^2 = 2ax}$

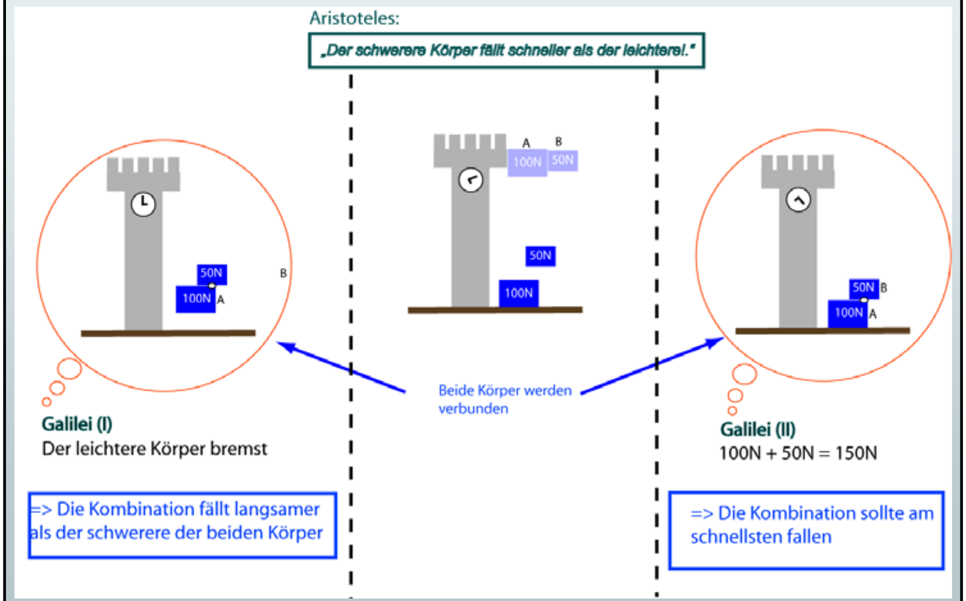
Freier Fall:

Aristoteles:

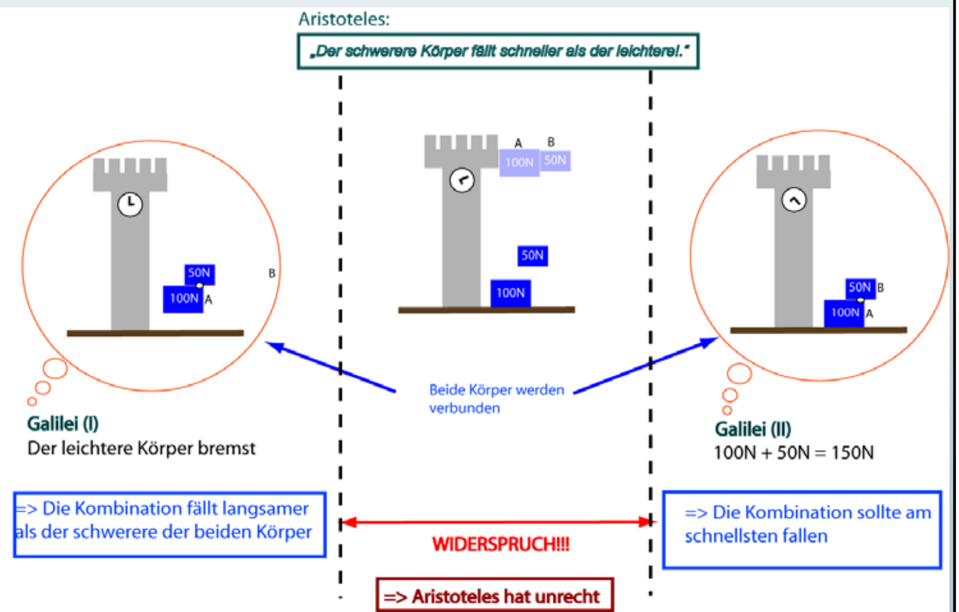
„Der schwerere Körper fällt schneller als der leichtere!."



Freier Fall:



Freier Fall:



Fallbewegung:

Freier Fall: